

STROMY - MAJÍ JEDNU VELKOU VÝHODU: JE TO
ALGORITMICKY SNADNO ROZPOZNATELNÉ
ZDA DVA STROMY JSOU ČI NEJSOU IZOMORFNÍ

JAK SE K TOMU DOPRACOVAT? POUŽÍVÁME K TOMU
PŘÍŘAZENÍ KÓDU K DANÉMU STROMU, ZATÍM
NEUMÍME TEN KÓD PŘÍŘADIT K LIBOVOLNÉMU
STROMU, ALE DOKÁŽEME PŘÍŘADIT KÓD STROMU
KORĚNOVÉMU A PĚSTOVANÉMU.

PĚSTOVANÝ STROM JE TAKOVÝ, KTERÝ JE JEDNOZNAČNĚ
VYMEZEN SVÝM ROVINNÝM ZAKRESLENÍM, PŘIČEMŽ
NÁS ZAVÍMÁ SMĚR ZLEVA DOPRAVA A ZDOLA NAHORU

KORĚNOVÝ STROM - JE UVOLNĚNÁ PODMÍNKA TOHO
ROVINNÉHO ZAKRESLENÍ, TAM JE JENOM ZAPOTŘEBÍ
HLÍDAT JAKOUSI SINOVITOST, TO ZNAMENÁ NÁSLEDOVNOST
TĚCH PO SOBĚ JDOUCÍCH UZLŮ SMĚREM OD KÖRENE.

TEN STROM V NEJOBEČNĚJŠÍ PODOBĚ JAK SI HO NAKÓDUJEME
JAKSI NENÍ ANI KORĚNOVÝM ANI PĚSTOVANÝM STROMEM,
ALE UKÁŽEME SI, ŽE V KAŽDĚHO TAKOVÉHO STROMU
BY JSME MĚLI JEDEN TEN VÝZNACNÝ UZEL NAVÍT,
TEN PROHLÁSIT KÖRENEM A DÁLE TEN STROM JAKSI
KÓDOVAT JAKO KORĚNOVÝ. PŘIPOMENUTÍ:

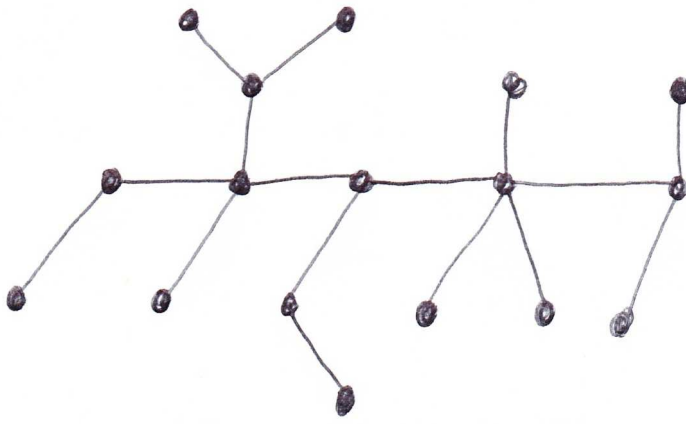
PŘI KÓDOVÁNÍ KORĚNOVÉHO STROMU JSME NARAZILI

NA TO, ŽE MÁME JINÝ TYP USPOŘÁDÁNÍ NEŽ JE
USPOŘÁDÁNÍ PODLE VĚLİKOSTI A JE TO TAKZVANÉ
LEXIKOGRAFICKÉ USPOŘÁDÁNÍ NAD DANOU ABECEDOU.

UMÍME NAKÓDOVAT KÖŘENOVÝ STROM, KÖŘENOVÝ STROM
JE TAKOVÝ STROM KDE JE VYZNAČEN UZEL, DALE VÍME
ŽE UZLY KTERÉ JSOU STUPNĚ JEDNA NAZÝVÁME LISTY.

ÖŘEZÁVÁNÍM LISTU STROM NEPŘĚSTANE BÝT STROMEM.
TATO VĚTA A JEJÍ NĚKOLIKANAŠOBNÁ APLIKACE SE
HODÍ K TOMU, ABYCHOM DOKÁŽALI NAKÓDOVAT ÖBYČEVNÝ
STROM, PROČ? APLIKACE TĚTO VĚTY NĚKOLIKANAŠOBNĚ
NA STROM-NÁM MUSÍ ZÁKONITĚ ZBÝT NĚJAKÝ MINIMÁLNÍ
POČET UZLŮ. UKÁŽE SE, ŽE V PODSTATE
EXISTUJÍ JENOM DVA PŘÍPADY A TO TEN ŽE BUDĚ ZBYDE
JEDEN UZEL NEBO DVA.

Milan Mroczkowski
sata150@gmail.com
yesit.cz



V TOHOTO GRAFU MÁME URČIT POLOMĚR, PRŮMĚR A CENTRUM.
 POKUD JE TOTO GRAF G , TAK MÁME URČIT:

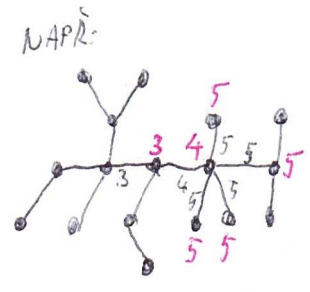
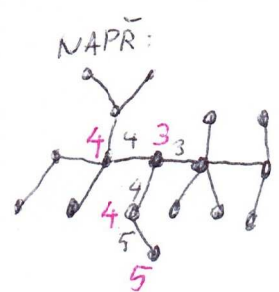
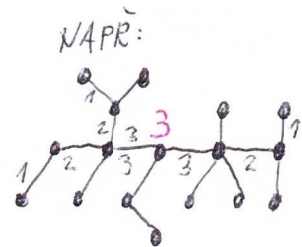
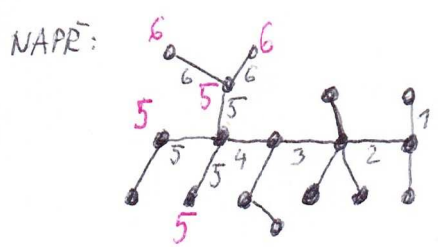
$rad(G) =$ [POLOMĚR]
 $diam(G) =$ [PRŮMĚR GRAFU G]

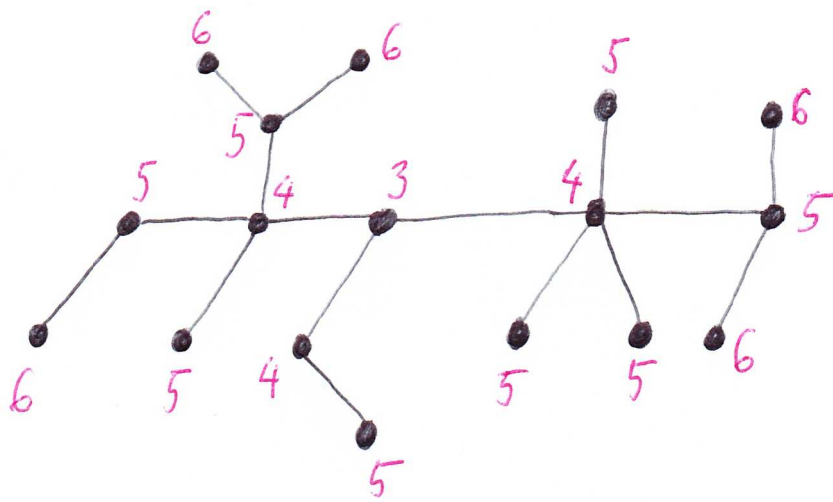
$U =$
 \uparrow
 centrum bude množina U .

NA TO ABYCHOM MOHLI URČIT TYTO 3 ÚDAJE, POTŘEBUJEME ZNÁT EXCENTRICITY JEDNOTLIVÝCH UZLŮ.

TEĎ BUDU POČÍTAT EXCENTRICITY.

EXCENTRICITA - MAXIMÁLNÍ VZDALENOST MEZI JAKÝKOLI JINÝMI VRCHOLI, HLEDÁM NEJDELŠÍ CESTU





EXCENTRICITA

JAKÝ JE POLOMĚR TOHO GRAFU?

$$\text{rad}(G) = 3$$

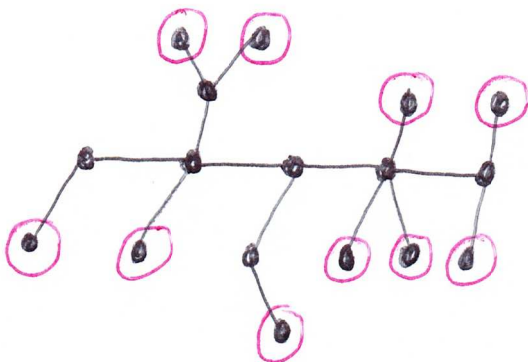
JAKÝ JE PRŮMĚR TOHO GRAFU?

$$\text{diam}(G) = 6$$

A TA MNOŽINA U OBSAHUJE JEDINÝ VZEL, KTERÝ SI OZNAČÍM TŘEBA a .

KDYBYCH TEĎ APLIKOVAL VĚTU KTEROU JSEM ZMÍNIL :
OŘEZÁNÍM LISTŮ NEPŘESTANE STROM BÝT STROMEM.

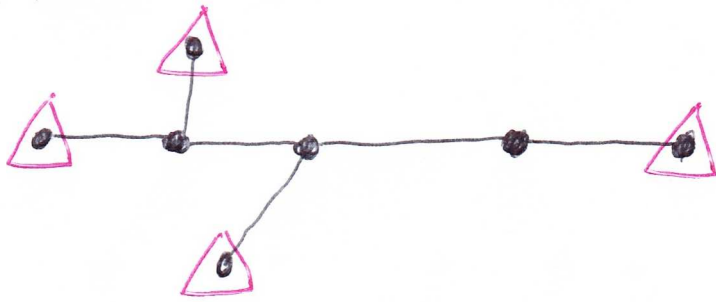
OŘEŽU LISTY, OZNAČÍM KOLEČKEM (TOHLE JSOU LISTY)



KDYBYCH SI TO PŘEKRESLIL, CO MI ZŮSTÁVÁ?

ZŮSTÁVÁ MI:

PROVEDU DALŠÍ ÚROVEŇ ŘEZU



CO NÁM ZŮSTALO?

PROVEDU TŘETÍ ŘEZ



KDYŽ POROVNÁME UZEL KTERÝ NÁM VZNIKL PO TĚCH TŘECH ÚROVNÍCH ŘEZU, ZJISTÍME ŽE SE JEDNÁ O TEN UZEL, KTERÝ JE JAKSI V CENTRU TOHO GRAFU.

KDYŽ BYCHOM TO APLIKOVALI NA LIBOVOLNÉ STROMY, TEDY TOTO OŘEZÁVÁNÍ A ZÁROVEŇ VEDLE TOHO PARALELNĚ DĚLAT - POČÍTAT EXCENTRICITU A HLEDAT JÁDRO, ZJISTÍME ŽE NAKONEC TY DVĚ MNOŽINY BY SE NÁM VŽDY PŘEKRYLI, TO CO JE V JÁDRU JE ZÁROVEŇ TO CO ZŮSTANE PO TOM OŘEZÁVACÍM PROCESU.

JESTLIŽE GRAF JE STROM, POTOM MÁ CENTRUM NEJVÝŠE DVA UZLY. JESTLIŽE CENTRUM TVOŘENO PRAVĚ DVĚMA UZLY, POTOM JSOU TYTO UZLY SPOJENY HRANOU.

1.) MOŽNOST : GRAF MÁ NEJVÝŠE DVA UZLY
CO BY TO ZNAMENALO ŽE MÁ NEJVÝŠE
DVA UZLY ? VÍME ŽE TO JE STROM,
(PROTOŽE JE TO PŘEDPOKLAD)

STROM S JEDNÍM UZLEM
MÁ EXCENTRICITU NULA
PRŮMĚR, POLOMĚR NULA
CENTRUM JE JEDINÝ UZEL k .

k_1
↑ 1 UZEL

STROM NA DVOU UZLECH



k_2
NEBO TAKÉ
 P_1 (cesta).

ALE PROTOŽE JE TO STROM, MUSÍ BÝT
SOUVISLÝ, TAKŽE GRAF MÁ SPOJENÉ
DVA UZLY JEDNOU HRANOU.

2.) MOŽNOST : GRAF MÁ ALESPON 3 UZLY

JESTLIŽE GRAF JE STROMEIM A MÁ ALESPON
3 UZLY, ŽE TAM NEBUDE KRUŽNICE, BUDOU
TAM ALESPON DVĚ HRANY

KAŽDÝ STROM S ALESPON DVĚMA UZLY
OBSAHUJE ALESPON DVA UZLY STUPNĚ 1,
TAKŽE VÍME, PROTOŽE MÁM ALESPON TŘI UZLY

TAK MÁ ALESPON DVA UZLY STUPNĚ JEDNA, TEDY MÁ LISTY. TÍM ŽE JE TO STROM, MUSÍ MÍT LISTY A MÁ LISTY DVA UZLY. CO UDELA ME? Z TOHO STROMU ODSTRANÍME LISTY. VZNIKNE NÁM NOVÝ STROM T'

CO MŮŽE NASTAT?

● STROM T' MÁ NEVYŠE DVA UZLY \Rightarrow MÁME CENTRUM

STROM T' MÁ ALESPON 3 UZLY - POTŘEBUJI DVE VĚTVY:

ORĚZÁNÍM LISTŮ ZŮSTANE STROMEM

KAŽDÝ STROM KDE EXISTUJÍ ALESPON DVA

RŮZNÉ UZLY, MÁ ALESPON DVA

UZLY STUPNĚ JEDNA.

TAKŽE JESTLIŽE JE TO STROM, COŽ DOKAŽEME

ORĚZÁNÍM LISTŮ, POTOM EXISTUJÍ LISTY.

JESTLIŽE EXISTUJÍ LISTY, CO MŮŽEME UDELAT?

ORĚŽEME

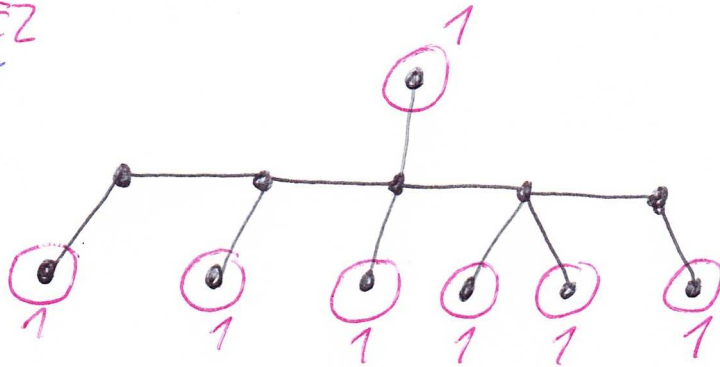
PROJDU TO TOLIKRÁT, DOKUD NENASTANĚ (VIZ VÝŠE)

CO SE DĚJE S EXCENTRICITOU?

JAK URČIT EXCENTRICITU LISTŮ?

ODEBRAL JSEM LISTY JEJICHŽ STUPEŇ BYLA JEDNA

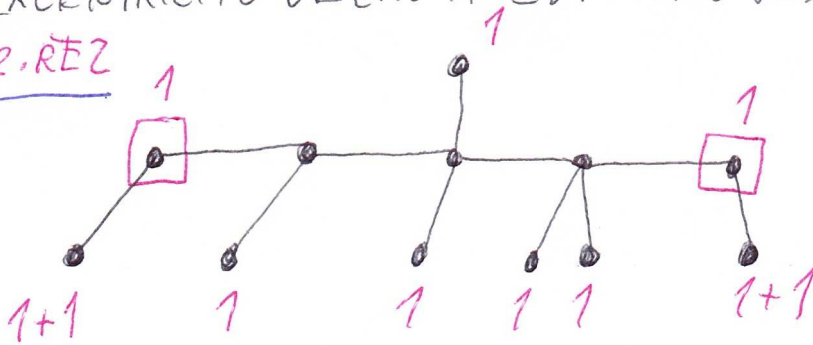
1. ŘEZ



KDYBY TAM BYLA NULA, TAK JI PŘÍŘADÍM JEDNA

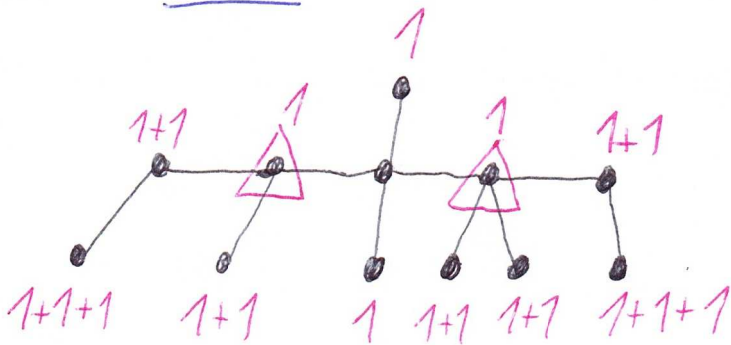
EXCENTRICITU VEZMU A ZVÝŠÍM O JEDNA

2. ŘEZ



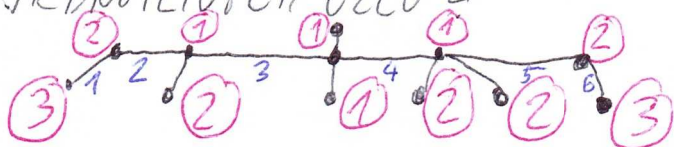
A TY KTERÉ BYLI NA NĚ NAVÁZÁNY, MUSÍM O JEDNICĚKU ZVÝŠIT

PROVEDU 3. ŘEZ



TY KTERÉ BYLI NAVÁZÁNY SE MUSÍ O JEDNICĚKU ZVÝŠIT

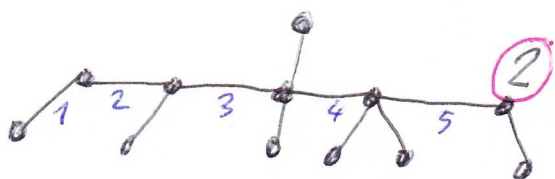
ZBYL JEDINÝ UZEL V CENTRU, JAKÁ JE EXCENTRICITA TĚCH JEDNOTLIVÝCH UZLŮ?



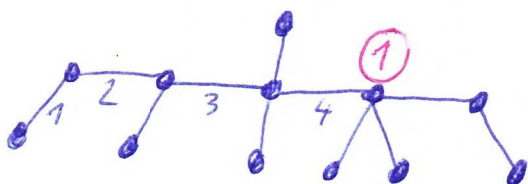
JAKÁ BY MĚLA BÝT EXCENTRICITA KDYŽ TO POČÍTÁME RUCNĚ? 6,

, TO JE 0 3 MĚNĚ, VIDÍM (3)

JAKÁ BI MĚLA BÝT EXCENTRICITA TOHODLE UZLU?



$5 - 2 = 3$, TO JE
0 3 MĚNĚ



$4 - 1 = 3$, TO JE
ZASE 0 3 MĚNĚ

KOLIK JSME PROVEDLI TĚCH ŘEZŮ? 3 ŘEZY

POČET ŘEZŮ JE EXCENTRICITA TĚCH UZLŮ KTERÉ
NĀM ZŮSTALI V CENTRU, A VŠECHNY TY DALŠÍ
SE NAČÍTĀJÍ DAĻ, HLOUBKA NEBO-LI POČET TĚCH
ŘEZŮ NĀM URČÍ EXCENTRICITU TOHO UZLU KTERÝ ZŮSTAL
V CENTRU A PŘI KAŽDEM ODŘÍZNUTÍ JENOM NAČÍTĀM
JEDNICĀKU, POČÍTĀM SI KOLIK TĚCH ŘEZŮ JSEM MĚĻ.

POKUD CHCI URČOVĀT EXCENTRICITU, TAK NEJEDNODUŠŠÍ
ZPŮSOB U JAKĚHOKOLIV STROMU JE PROSTĚ TO ODŘEZÁVĀT,
OŘEŽU TO AŽ NA NĚJAKOU MNOŽINU U JEDNOHO NEBO
DVOU UZLŮ, TĚM PŘÍŘADÍM EXCENTRICITU POČTU ŘEZŮ
A OD TOHO JEDU DAĻ.

PROČ JSME TO CELE DĚLALI, POMUŽE NÁM TO
PRO KÓDOVÁNÍ STROMŮ.

JAK NAKÓDOVAT STROMY?

ROZDÍL MEZI KÖŘENOVÝM A OBYČEJNÝM STROMEM
JE TO, ŽE V KÖŘENOVÉM STROMU MÁME OZNAČEN
JEDEN SPECIFICKÝ TYP UZLŮ, TO JE KÖŘEN.

CO KDYŽ UDELÁM TO PRO POTŘEBY KÓDOVÁNÍ
ŽE TEN KÖŘEN V TOM OBEČNÉM STROMĚ ZKUSÍM
NĚJAKÝM ZPŮSOBEM DOVODIT, A DOVODÍM SI HO
PRAVĚ TAK, ŽE PROVEDU TADY REDUKCI LISTŮ.

NA KONCI MI ZBYDOU DVA NEBO JEDEN UZEL.

POKUD MI ZBYDE JEDEN UZEL, TAK TENTO UZEL
PROHLÁSÍM KÖŘENEM, POKUD MI ZBYDOU DVA UZLY,
TAK POTOM NĚJAKÝM ZPŮSOBEM SE VYPOŘÁDÁM
A JEDEN Z NICH SI JAKO KÖŘEN ZVOLÍM.

ALGORITMUS KÓDOVÁNÍ STROMŮ

URČÍME KOREN, JAK? MŮŽOU BÝT CELKEM TŘI PŘÍPADY

1) TEN STROM MÁ JEDEN JEDINÝ UZEL.

POTOM V TOM CENTRU JE JEDINÝ UZEL A TEN PROHLÁŠÍME ZA KOREN, TEN UZEL SI OZNAČÍM x .

2) TEN GRAF MÁ DVA UZLY, OBA UZLY JSOU SPOJENY HRAN A OBA DVA JSOU V CENTRU.

POTOM SI NAHODNĚ ZVOLÍM KOREN, MŮŽEME SE VYMLUVIT, ŽE BUDU BRÁT PRVNÍ ZLEVA, ALE JE TO JEDNO. UZEL x PROHLÁŠÍM ZA KOREN.

A JE ÚPLNĚ JEDNO KTERÝ Z TĚCH UZLŮ JE ZROVNA UZEL x .

3) STROM MÁ ALESPŮŇ 3 UZLY. POTOM MŮŽOU NASTAT DVA PŘÍPADY:

1.) PO PROVEDENÉM SYSTEMATICKÉM ODLISTĚNÍ JE V CENTRU JEDINÝ UZEL, Z TOHO MI VYPLÝVÁ \Rightarrow TENTHLE TEN JEDEN UZEL PROHLÁŠÍME ZA KOREN.

2.) PO PROVEDENÍ SYSTEMATICKÉHO ODLISTĚNÍ JSOU V CENTRU DVA UZLY x, y .

TEĎ ODEBEREME HRANU $\{x, y\}$, CO SE STANE

S PŮVODNÍM GRAFEM? PŘESTANE BÝT SOUVISLÝ,
VZNIKNOU DVĚ KOMPONENTY
 T_1 a T_2 . (SPOJENÍM x A y VZNIKNE
PŮVODNÍ STROM)

NYNÍ KAŽDOU Z TĚCH KOMPONENT NAKÓDUJÍ JAKO
KÖŘENOVÝ STROM, NAPŘÍKLAD (T_1, x) A (T_2, y) .
ZNAMENÁ TO, ŽE KAŽDÉMU KÖŘENOVÉMU STROMU
MÁM TEĎ PŘÍRÁZEN KÓD.

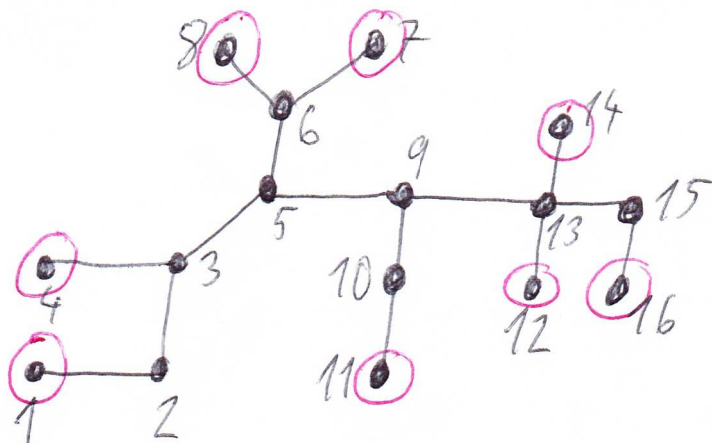
kód $(T_1, x) = A$ (nechtě je stěba A)
kód $(T_2, y) = B$ (nechtě je stěba B)

POKUD PLATÍ, ŽE KÓD A JE PŘED KÓDEM B A NEBO JE
MU ROVEN, TO ZNAMENÁ: JESTLIŽE A PŘEDCHÁZÍ B
NEBO JE MU ROVNO $A \preceq B$, TAK POTOM ZA KÖŘEN
CELEHO STROMU PROHLAŠÍME UZEL x .

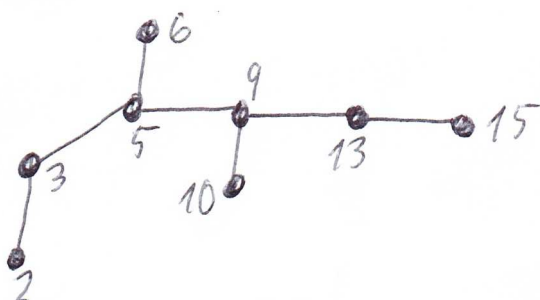
POKUD PLATÍ, ŽE B PŘEDCHÁZÍ A, TAK JAKO KONEC
TOHO PŮVODNÍHO STROMU T ZVOLÍME y .

DALŠÍ KROK: KÓDUJEME STROM KÖŘENOVÝ (T, x) ,
VE SPECIFICKÉM PŘÍPADĚ (T, y) .

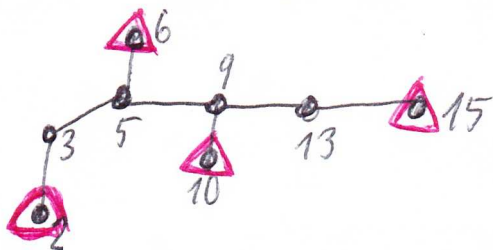
PŘEDPOKLÁDÁM, ŽE x BUDE VŽDY UZEL, A ŽE TO ZVOLÍM TAK,
ŽE A JE TEN KTERÝ PŘEDCHÁZÍ.



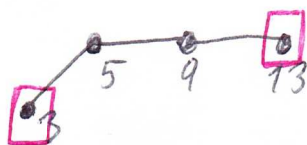
PŘEKRESLÍM



V DRUHÉM KROKU BUDU ODŘEZÁVAT DALŠÍ LISTY



STÁLE NEMÁME SPLNĚNÉ PŘEDPOKLADY:
ODŘEZÁVÁME LISTY DAL.



V CENTRU JSOU DVA UZLY:

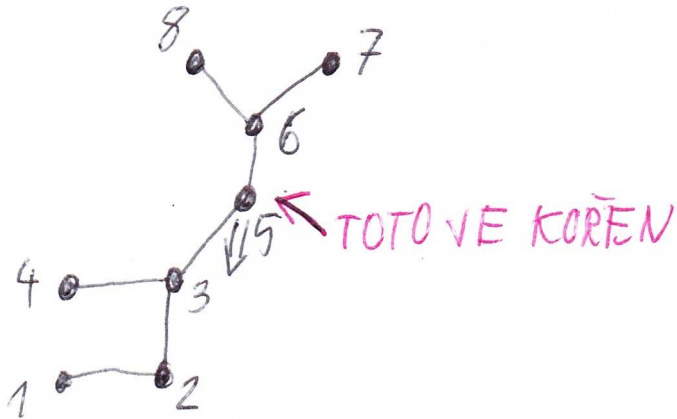


JAK BUDU POSTUPOVAT? ODEBERU HRANU $\{5, 9\}$

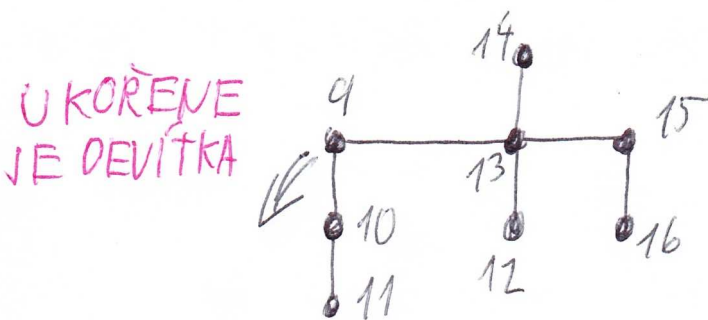
5 9

VZNIKLY DVA NOVÉ STROMY

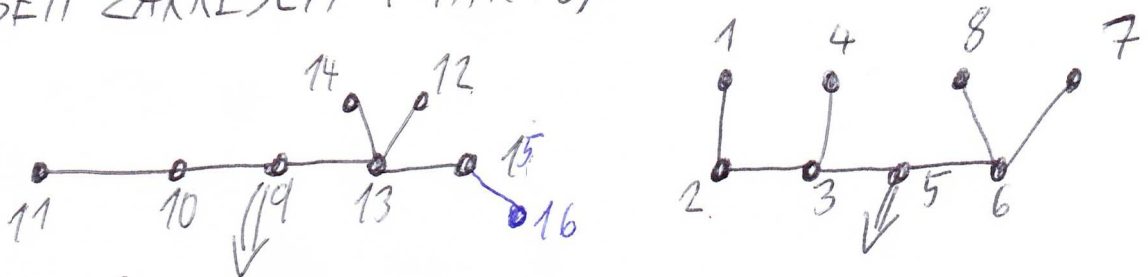
KDYBYCH JE CHTĚL TŘEBA PŘEKRESLIT, TAK
TADY BUDE STROM VYCHAŽET PĚTKY A VYPADÁ JAK?



DRUHÁ KOMPONENTA MÁ CENTRUM V UZLU 9.

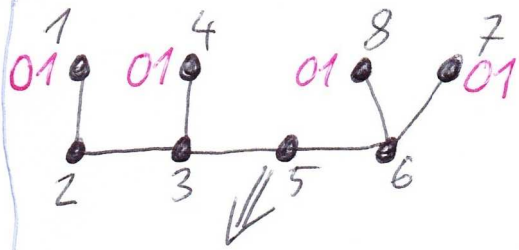
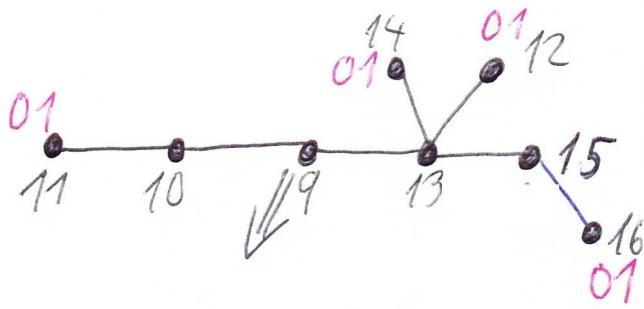


NA ROVINNÉM ZAKRESLENÍM NEZÁLEŽÍ (TŘEBA
MOHL JSEM ZAKRESLIT I TAKTO):

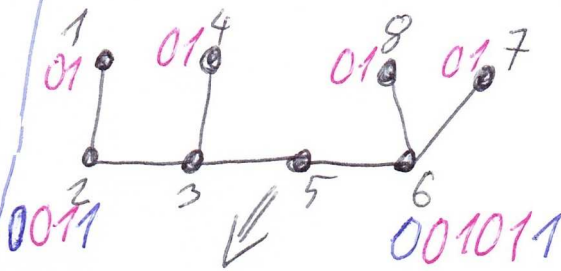
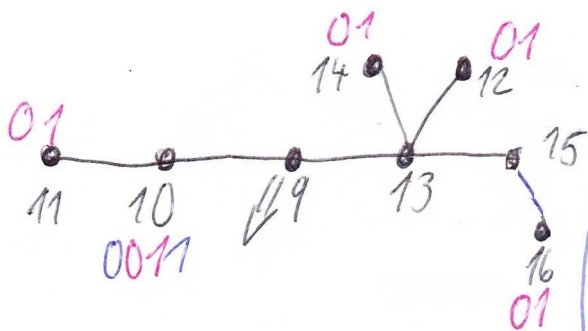


POJĎME NAKÓDOVAT
TYTO STROMY!

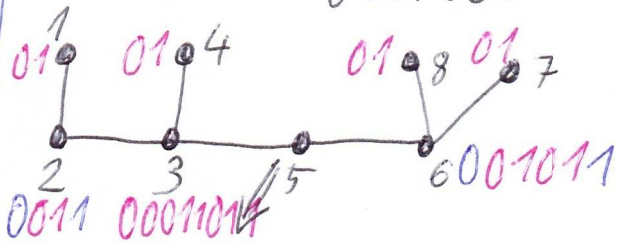
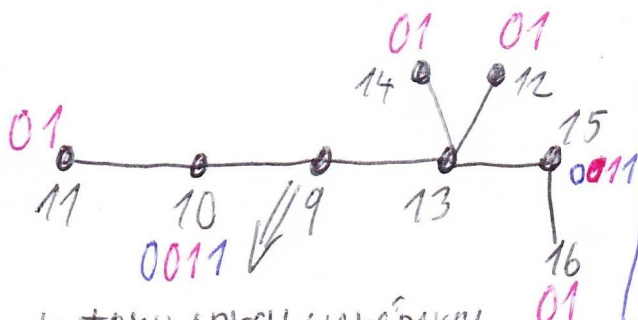
LISTŮM SE PŘIŘADÍ HODNOTA 01



TYHLE LISTY
JSOU STEJNÉ
01 JE
POROVNATELNÉ



CHYBÍ MI JEŠTĚ
NAKÓDOVAT 3KA.
TAKŽE POROVNÁVÁM KÓD
01 A 0011



K TOMU ABYCH NAKÓDOVAL
DEVÍTKU, MUSÍM
ZNAŤ 10TKU
A 13TKU,
13TKU
NEZNAM,

UŽ VÍME Z MINULA ŽE
PŘEDCHÁZÍ NA ZÁKLADĚ
LEXIKOGRAFICKÉHO USPOŘÁDÁNÍ
A JE TEDY PRVNÍ Z LEVA,
TROJKA MÁ KÓD 00011011

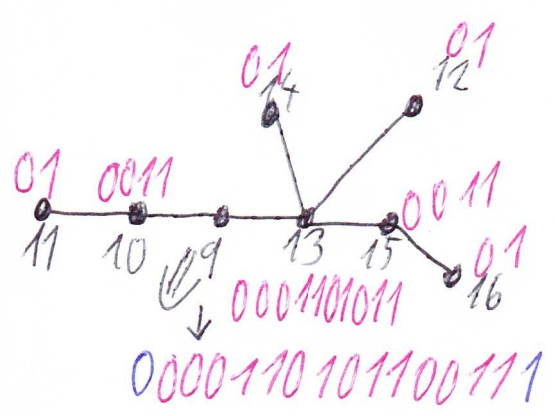
ALE UŽ JI NAKÓDOVAT MŮŽU
PRO 13TKU:

$0011 < 0101$

JE MENŠÍ PROTO PÍŠU PRVNÍ

POTOM POROVNÁVÁM KÓD 3KY
A 6TKY PROTO ABYCH URČIL KÓD
KORĚNE. TAKŽE MÁM
001011 A KÓD 00011011
TO DOKÁŽU POROVNAT ZASE

TEĎ POROVNÁVÁM KÓD 10TKY A 13TKY



PROVEDU KONTROLU
 kód(9) 00, 00, 11, 01, 01, 10, 01, 11
 POČET UZLŮ 8
 ODPOVÍDÁ KOMPONENTĚ

kód(5) 00 00 11 01 10 01 01 11

PROVEDU KONTROLU

kód(5) 00, 00, 11, 01, 10, 01, 01, 11
 POČET UZLŮ 8 ODPOVÍDÁ KOMPONENTĚ

TEĎ BUDU POROVNÁVAT KÓD 5TKY A 9TKY: (CO NENÍ STEJNÝ?)

kód(5) 00, 00, 11, 01, 10, 01, 01, 11
 kód(9) 00, 00, 11, 01, 01, 10, 01, 11
 LIŠÍ

VIDÍME, ŽE KÓD DEVIÁTKY PŘEDCHÁZÍ TEN KÓD PĚTKY.

$$k(9) < k(5)$$

CO TEDY MŮŽEME PODLE ALGORITMU ŘÍCT?
 JESTLIŽE TEN KÓD PŘEDCHÁZÍ V JINÝ, TAK TEN UZEL ZVOLÍME JAKO KOŘEN. TAKŽE KOŘENEM CELÉHO STROMU JE 9TKA A MŮŽEME NAKÓDOVAT CELÝ STROM.

MŮŽEME NAKÓDOVAT CELÝ STROM:

PODÍVÁM SE NA:

kód(5) = 00 00 11 01 10 01 01 11

DALE ABYCH NAKÓDOVAL 9TKU, POTŘEBUJI JEŠTĚ
10TKU A 13TKU.

kód(10) = 0011

kód(13) = 0001101011

Z TĚCHTO TŘÍ KÓDŮ SE ZKLÁDÁ KÓD ROVNÝ,
TAKŽE KÓD STROMU:

(ZAČNU NULOU A POROVNÁVÁM 5ku, 13ku, 10ku.)

kód(T) = 0

5KA MÁ NA ZAČÁTKU 4 NULY, TA ZVÍTĚZILA

kód(T) = 00 00 01 10 11 00 10 11 1

TEĎ JE TAM KÓD MEZI 10TKOU A 13TKOU.

13TKA MÁ 3 NULY, TAK ZVÍTĚZILA

kód(T) = 00 00 01 10 11 00 10 11 10 00 11 01 01 1

TEĎ JE TAM 10TKA.

kód(T) = 00, 00, 01, 10, 11, 00, 10, 11, 10, 00, 11, 01, 01, 10, 01, 11

KONTROLA: 16 UZLŮ, MINIMÁLNÍ DÉLKU KÓDU JSEM
NAŠEL.