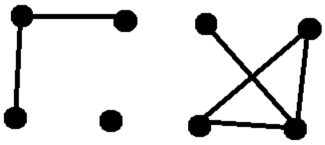
Úplný bipartitní graf - nemá cyklus liché délky

Doplněk:
Hrany které musím přidat ke grafu, abych získal úplný graf
Doplňkem diskrétního grafu je úplný graf. Doplňkem úplného grafu je diskrétní graf.


doplněk

Isomorfismus:
existence <u>vzájemně jednoznačného zobrazení mezi množinami uzlů</u>
toto vzájemně jednoznačné zobrazení nám také <u>musí přenést všechny hrany</u>.
Jestliže grafy jsou isomorfní potom mají stejný počet prvků.

Relace BÝT ISOMORFNÍ:
<u>Je relací ekvivalence</u>. (vztah dvou grafů)
Relace být isomorfní na množině všech grafů je ekvivalencí. (je obecně tranzitivní) A naopak: Isomorfismus splňuje podmínky ekvivalence a proto je ekvivalence.

Isomorfismus v grafu: název toho zobrazení

Býti incidentní: uzel inciduje s hranou a hrana inciduje s uzlem právě tehdy, pokud daný uzel se nachází jako prvek v dvouprvkové množině hrany.

Sousední uzly: pokud dva uzly incidují se stejnou hranou.

Relace:
relace která je ekvivalencí
relace která je uspořádáním
relace která je zobrazením

EKVIVALENCE: 3 podmínky:
reflexivní – v relaci sám se sebou (reflexivní zobrazení)
symetrická – inverzní zobrazení
tranzitivní – cestovatelnost, přenositelnost, kolmost není tranzitivní

$\forall x \in V: \quad xRx$ reflexivnost

$\forall x,y \in V: \quad xRy \rightarrow yRx$ symetrie

$\forall x,y,z \in V: \quad xRy \wedge yRz \Rightarrow xRz$

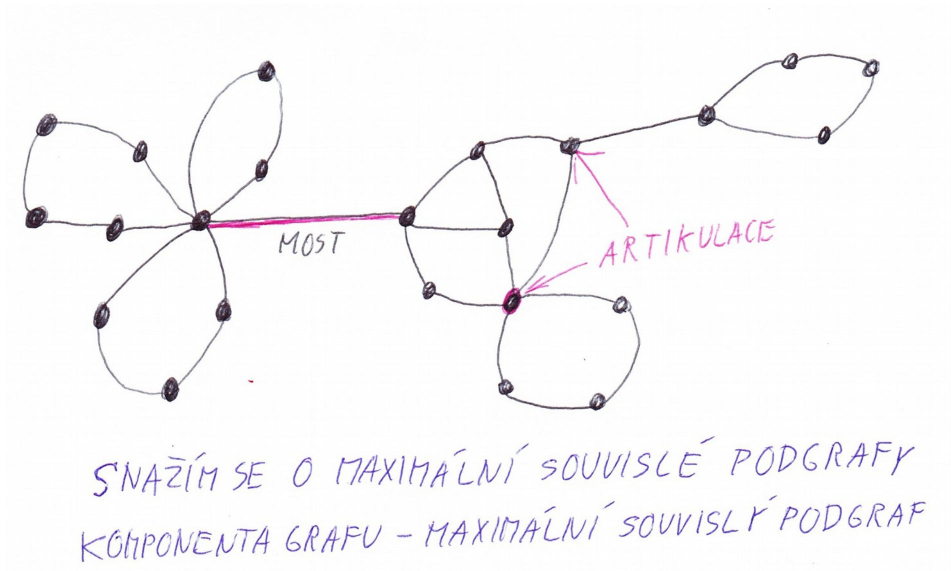
BIJEKCE – zobrazení je vzájemně jednoznačné (jeden prvek se zobrazí nejvýše na jeden prvek)

KOMPONENTA GRAFU – maximálně souvislý podgraf

MOST – je hrana, jejímž odstraněním se zvýší počet komponentů o jednu.

ARTIKULACE- je vrchol, jehož odstraněním se zvýší počet komponentů alespoň o jeden.

VRCHOLOVĚ SOUVISLÝ - kolik musím odebrat vrcholů, aby byl nesouvislý? v-conn(G)
HRANOVĚ SOUVISLÝ – kolik musím odebrat hran, aby byl nesouvislý? e-conn(G)

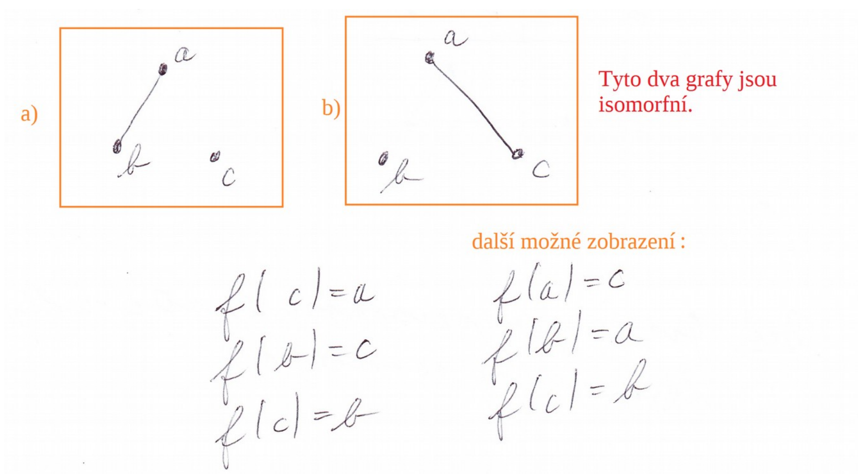


INDUKOVANÝ PODGRAF, který je isomorfní kružnici říkáme INDUKOVANÁ KRUŽNICE v G.

k - REGULÁRNÍ GRAF – každý uzel je stejného stupně k

LES – každý strom je lesem, nemusí být souvislý
STROM T=(V,E) **– minimální souvislý (jednoduchý) graf bez kružnic** (bez kružnic – kvůli cenám hran) (minimální – nejmenší možný strom)
SOUVISLOST GRAFU – mezi každými dvěma uzly existuje sled
JEDNODUCHÝ GRAF - neobsahuje smyčky a násobné hrany
SMYČKA - hrana vedoucí z vrcholu do něj samotného
NÁSOBNÉ HRANY - více hran spojujících stejné vrcholy
KRUŽNICE – uzavřená cesta
UZAVŘENÁ CESTA - začíná a končí ve stejném uzlu
CESTA – sled, ve kterém se neopakují vrcholy

KOSTRA - podgraf, na všech uzlech původního grafu je stromem.
MINIMÁLNÍ KOSTRA – kladně vážený graf, kostra s nejnižší váhou. (kladně – větší než nula, nula = bez hrany)



Celkem grafů může být na 10 uzlové množině: 2 na 10tou = 1024.

Kolik podgrafů (mohou být i isomorfní) má graf na stejné množině uzlů? 2^počet hran
úplný graf K_{10} má tedy 10 vrcholů – kolik má hran? (n*(n-1))/2 = 45 → 2^{45} připomíná potenční množinu

POTENČNÍ MNOŽINA - je množina všech podmnožin v dané množině (sem patří prázdné, jednoprvkové, dvouprvkové množiny, atd.), počet podgrafů

STUPEŇ VRCHOLU – počet hran s ním incidují

SKÓRE grafu – <u>neklesající posloupnost vrcholů</u>, každý graf má skóre
- po mnoha krocích dostanu skóre diskrétního grafu D_n - je to skóre, pokud dostanu mínus → hlásí původní posloupnost není skóre

KRUŽNICE - každý uzel inciduje se dvěma hranami, z každého uzlu se lze dostat do libovolného jiného uzlu.

SLED s DÉLKY d = z počátečního vrcholu u do koncového vrcholu v existuje posloupnost
$s=(u_0, u_1, \ldots u_d)$,
taková že $u_0 = u$; $u_d = v$
POHYB MEZI HRANAMI: $(u_i , u_{i+1}) \in E$ pro $0 \leq i < d$
(u_0 , u_1) ; (u_1 , u_2) ; (u_2 , u_3) … (u_{d-1} , u_d)
SLED – posloupnost vrcholů a hran.

Graf G je uspořádaná dvojce (V, E), kde V je neprázdná množina a E je množina dvoubodových podmnožin množiny V. Prvky množiny V se nazývají vrcholy grafu (uzly) a prvky množiny E se nazývají hrany.
G=(V,E)

Počet prvků množiny V je vždy alespoň 1, prázdné grafy nepřipouštíme. Na množinu E žádná podmínka kladená není a může být prázdná.

CHROMATICKÉ ČÍSLO – minimální počet barev, které musím použít k zabarvení vrcholů, tak, aby každá hrana spojovala vrcholy různých barev.

CHROMATICKÝ INDEX – minimální počet barev, které musím použít k obarvení hran, tak aby všechny sousední hrany měli různé barvy.

MULTIGRAF – povoluje smyčky

Kolik hran má 4-regulární graf na 17 uzlech?
Skóre (4,4,…,4) 17*4=68 68/2 =34

Kolik hran má 3-regulární graf na 17 uzlech?
Skóre (3,3,…,3) 17*3=51 51/2 =25,5 – půl hrany tady nemáme, <u>úloha nemá význam – (nemá ani jednu hranu, protože takový graf neexistuje)</u>

Může mít graf 14 hran když má 7 uzlů?
Musí: počet hran (14) < počet hran úplného grafu (úplný graf (7*6)/2 = 21) ANO

Isomorfní grafy mají stejné skóre.
Isomorfní grafy mají stejné množství kružnic.

INDUKOVANÝ (=VYNUCENÝ) PODGRAF – vynutí přenést všechny hrany které byli možné,
s uzly se musí přenést všechny hrany

Podgraf který je isomorfní s kružnicí říkáme **kružnice v grafu**.
Podgraf který je isomorfní s cestou říkáme **cesta v grafu**.
Podgraf který je isomorfní s úplným grafem říkáme **klika**.

SOUVISLÝ GRAF – mezi libovolnými dvěma uzly existuje sled. Má jednu komponentu.
Graf je souvislý pokud mezi libovolnými dvěma uzly existuje jedna cesta.

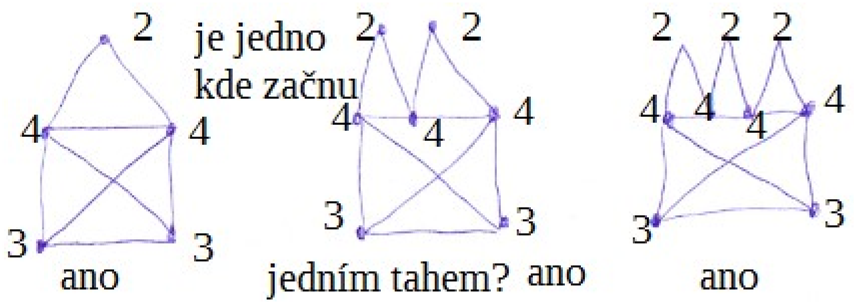
SOUVISLOST VYŠŠÍCH ŘÁDŮ je číselné ohodnocení jak je graf robustní vůči výpadku hran či uzlů.

KOMPONENTA – podgraf indukovaný třídou rozkladu $V(G)/_{\sim}$
(Graf o dvou komponentách má dvě třídy rozkladu $V(G)/_{\sim}$)
(relace vlnka - ekvivalence)

Pokud existuje sled, tak existuje cesta v grafu.

(disjunktní množiny nemají žádné společné prvky)

MENGEROVA VĚTA
Graf G je hranově k-souvislý právě tehdy, když mezi libovolnými dvěma vrcholy lze vést k hranově disjunktních cest. (vrcholy mohou být sdílené, ale ne stejné hrany)
Graf G je vrcholově k-souvislý právě tehdy, když mezi libovolnými dvěma vrcholy lze vést k disjunktních cest. (ne stejné uzly, ale ne stejné hrany)



jde i více
střech.

TAH – sled, ve kterém se neopakují hrany

UZAVŘENÝ TAH (= CYKLUS) – tah končí ve stejném uzlu (kde začal)
EULEROVSKÝ TAH – projde každou hranou právě jednou, uzavřený tah, projde všemi uzly alespoň 1x, graf je souvislý (všechny uzly sudé nebo 2 uzly liché a zbývající sudé uzly)

HAMILTONOVSKÁ KRUŽNICE – podgraf, kružnice v grafu která prochází všemi vrcholy.

Eulerovský graf: souvislý. Pokud existuje, tak existuje eulerovský tah.
Eulerovský tah může být dvojího druhu:

1) Uzavřený Eulerovský tah –
Postačující podmínka: každý uzel je sudého stupně. Tah začíná a končí v tom uzlu kde začínal.

Projde všechny hrany právě jednou, u uzlů podmínka není.

2) Otevřený Eulerovský tah -
Postačující podmínka: právě dva uzly jsou lichého stupně. Tah vždy v jednom lichém začíná a vždy ve druhém lichém končí.

MATICE – se dají zpracovávat pomocí počítače.
MATICE SOUSEDNOSTI: čtvercová, řádky i sloupce tvoří uzly grafu. 0- nejsou spojeny hranou, 1 – jsou spojeny hranou.
Mocniny matice sousednosti – počet sledů délky….
Řádek či sloupec nulový - nesouvislý

MATICE INCIDENCE: uzly v řádku, sloupce hrany

Excentricita – nejdelší vzdálenost z uzlu v k ostatním uzlům. (hledám nejkratší vzdálenosti a z nich vyberu nejdelší)
Průměr grafu – maximální excentricita uzlů, diam(G)
Poloměr grafu – minimální excentricita uzlů, rad(G)
Centrum grafu – množina uzlů, jejichž excentricita je rovna poloměru.

Nekonečno – nedosažitelné uzly

KLADNĚ **VÁŽENÝ GRAF – je uspořádaná trojice (V,E,w)**
V(G) množina uzlů
E(G) množina hran
w: E(G) →R zobrazení množiny E(G) na množinu reálných čísel - **funkce ohodnocení hran**

DIJKSTRŮV ALGORITMUS – vážená excentricita, volím kratší cestu

Mezi každými dvěma vrcholy stromu vede právě jedna cesta.

Kořenový strom: je dvojice (T,r), kde rϵV(T)
r = pevně zvolený uzel – kořen

Pěstovaný strom: kořenový strom s pevně daným rovinným zakreslením.
(označuji uzly – předem domluvený způsob: zleva doprava, zdola nahoru)

Kořen, potomky, listy.

Dva pěstované stromy jsou isomorfní, právě tehdy když mají stejný kód.

KLADNĚ VÁŽENÝ KRUSKALŮV (HLADOVÝ ALGORITMUS)
ALGORITMUS PRIMŮV (JARNÍKŮV ALGORITMUS)

Rovinný graf – lze nakreslit do roviny bez křížení hran.
Rovinný graf: graf je rovinný právě tehdy pokud existuje alespoň jedno jeho rovinné zakreslení. Rovinné zakreslení: musí existovat nějaké zakreslení bez křížení hran.

U stromu umím: nalezení minimální kostry, zda jsou isomorfní, kódování stromu.

ROVINNÝ GRAF
KOULE
UŠATÁ KOLE
MEBIOVÁ PÁSKA – jednostranný list papíru

NEZÁVISLOST GRAFU G – mohutnost největší nezávislé podmnožiny. (v podmnožině nejsou spojeny vrcholy hranou)

n+f-2=2 rovinný graf (vrcholy+oblasti+hrany=2 → rovinný graf)

KLIKA – maximání úplný podgraf

KLIKOVOST – mohutnost množiny uzlů jeho maximální kliky.

DOMINANCE -podmnožina vrcholů, která se svými sousedy pokrývá celý graf

yesit.cz