ZAKRESLI MNOŽINU VŠECH BODŮ MNOŽINY, KTERÉ SPLŇUJÍ TYTO DVĚ PODMÍNKY:

A ZÁROVEŇ

$$x^2+y^2 \leq 4 \wedge x+y<2$$

NAKRESLÍM KARTÉZSKOU SOUSTAVU SOUŘADNIC

graf na konci příkladu

1. PODMÍNKA

POKUD $x^2+y^2=4$ TAK JDE O KRUŽNICI, STŘEDEM JE NULA, POLOMĚR 2, NAKRESLÍM KRUŽNICI.

POKUD $x^2+y^2<4$, TO JE VŠE CO JE VE VNITŘ KRUŽNICE

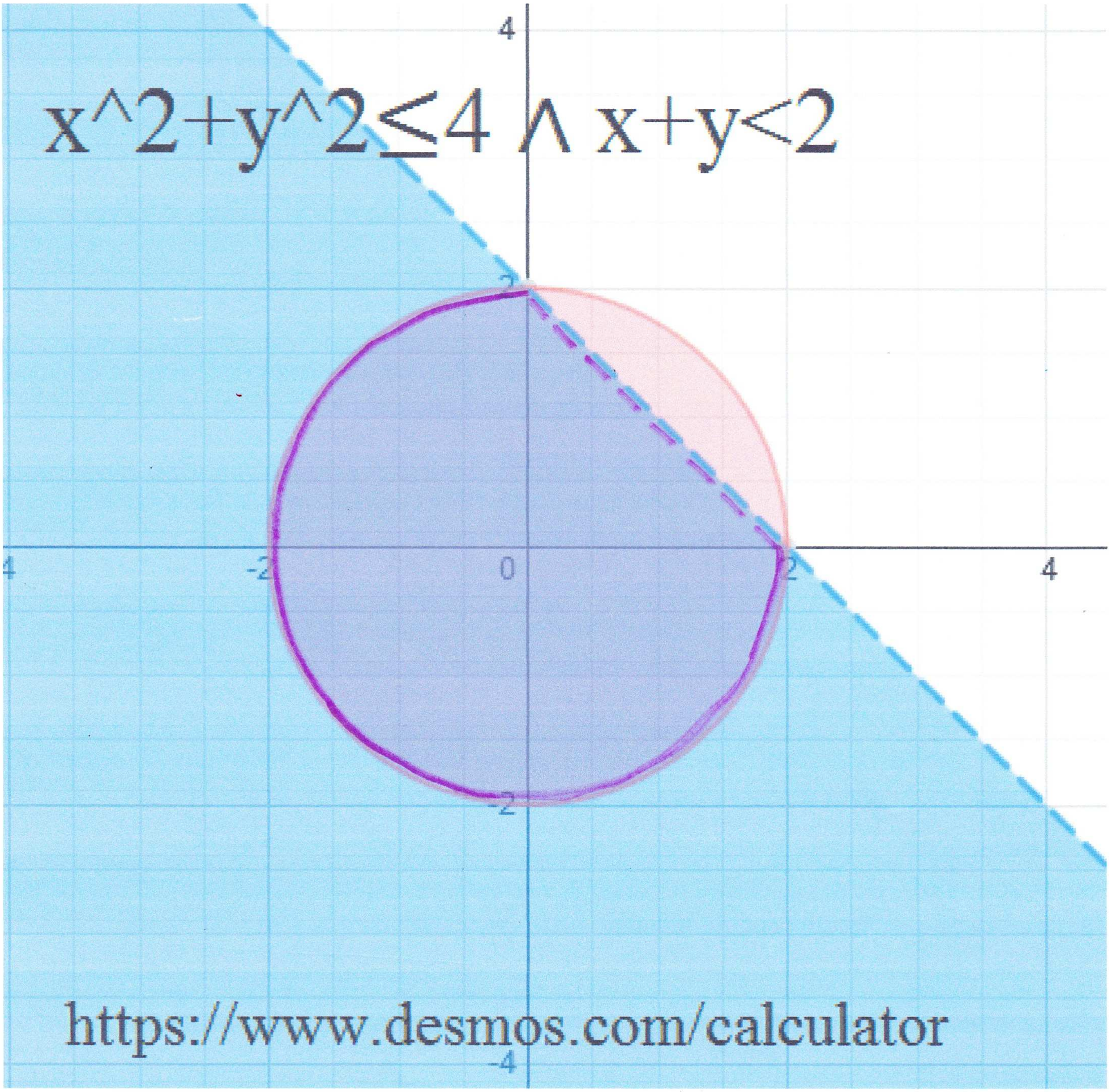
2. PODMÍNKA

POKUD $x+y=2$, TAK JDE O PŘÍMKU

$y=0 \quad P_x=?$ | $x=0 \quad P_y=?$
$x+0=2$ | $0+y=2$
$x=2$ | $y=2$
$P_x[2,0]$ | $P_y[0,2]$

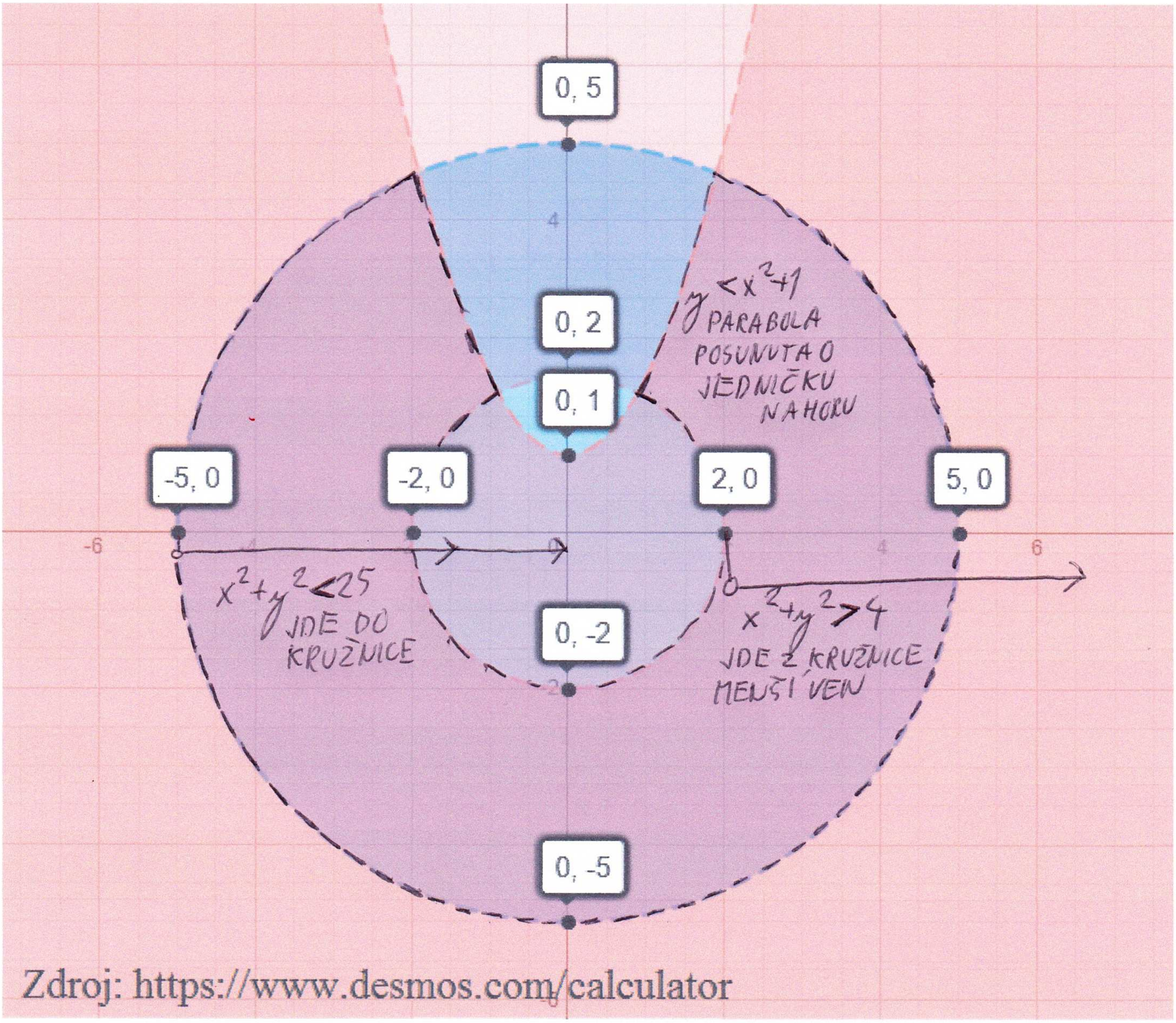
POKUD $x+y<2$, TAK JE TO POLOVINA, KTERÁ SE NACHÁZÍ POD PŘÍMKOU.

$0+y<2$ | $x+0<2$
$y<2$ | $x<2$



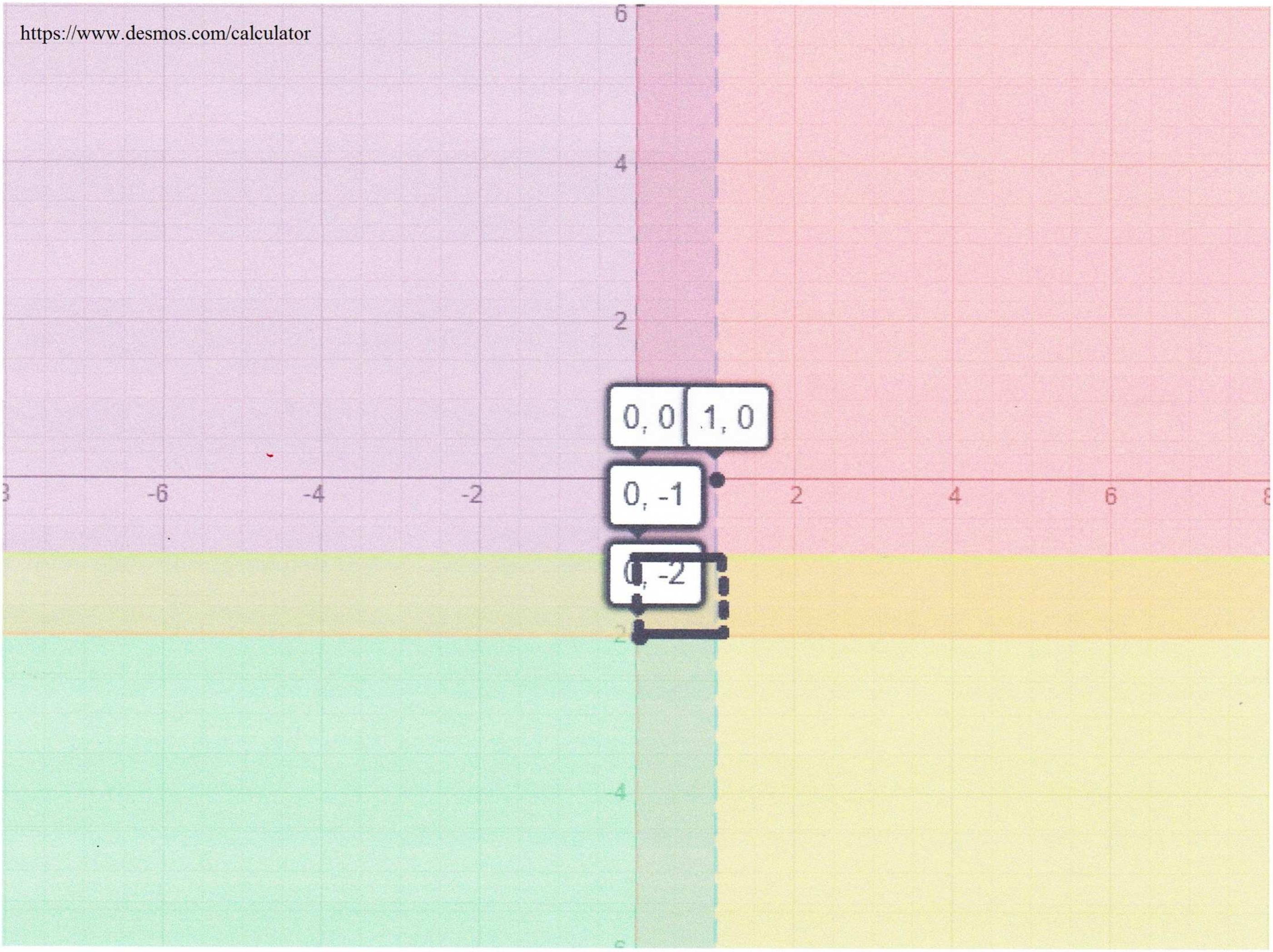
VÝSLEDEK

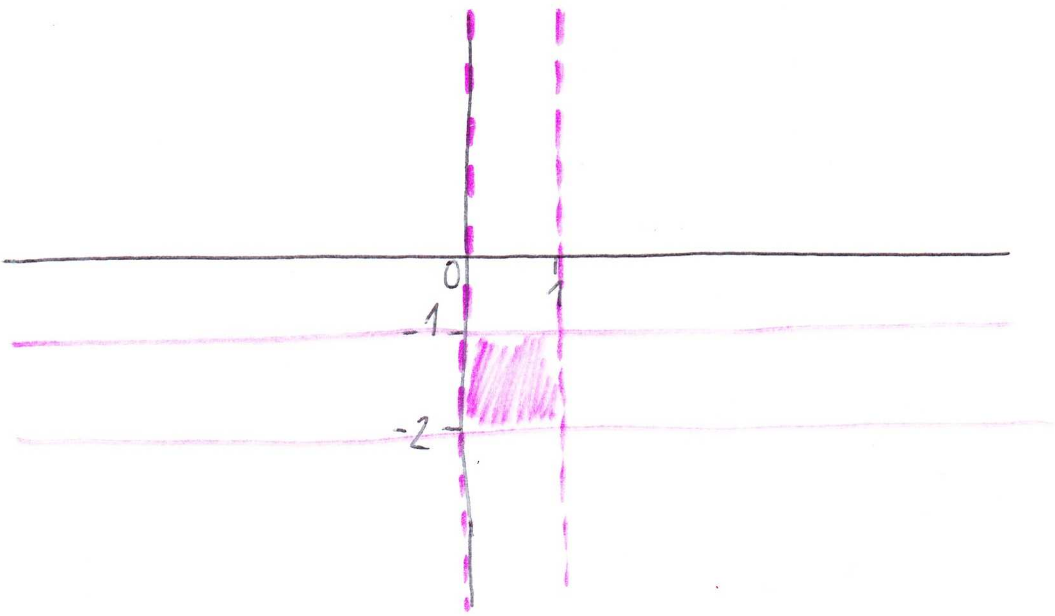
YESIT.CZ



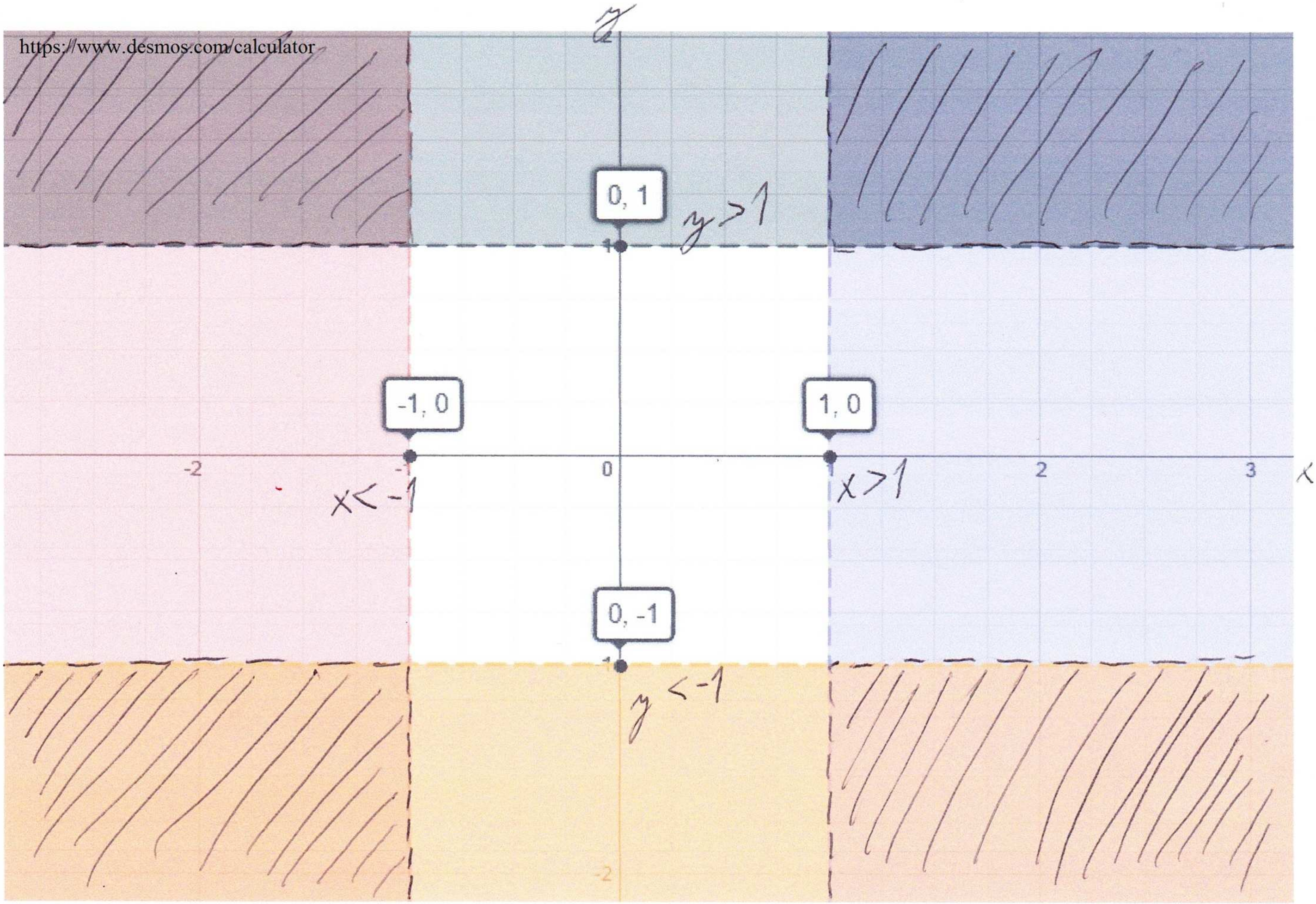
$$\boxed{4 < x^2+y^2 < 25 \quad \wedge \quad y < x^2+1}$$

VÝSLEDEK VYZNAČEN ČERNĚ, KVŮLI OPERÁTORŮM PŘERUŠOVANĚ.





$$\boxed{0 < x < 1 \ \wedge \ -2 \leq y \leq -1}$$



$$\boxed{|x| > 1 \wedge |y| > 1}$$

$-x > 1 \quad / \cdot (-1)$

$\underline{x < -1}$

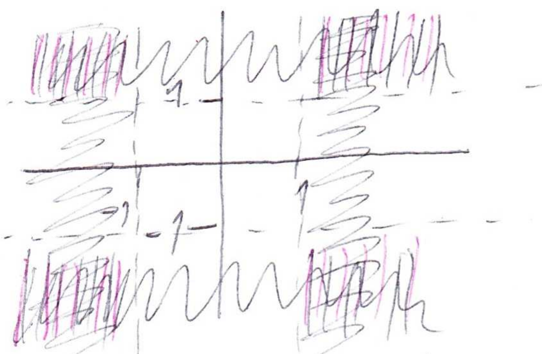
$\underline{x > 1}$

$-y > 1 \quad / \cdot (-1)$

$\underline{y < -1}$

$\underline{y > 1}$

VÝSLEDEK



$$+\frac{x^2}{25}+\frac{y^2}{9}\leq 1 \wedge \frac{x^2}{16}-\frac{y^2}{9}\geq 1$$

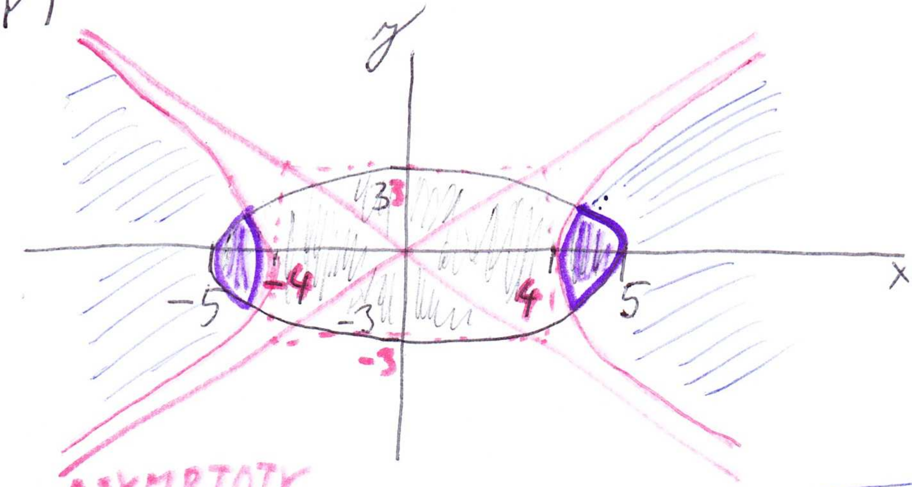
+ ELIPSA

(KRUŽNICE JE JEN SPECIÁLNÍ PŘÍPAD ELIPSY)

− HYPERBOLA

MUSÍ MÍT <u>ALESPOŇ</u> JEDNO MÍNUS

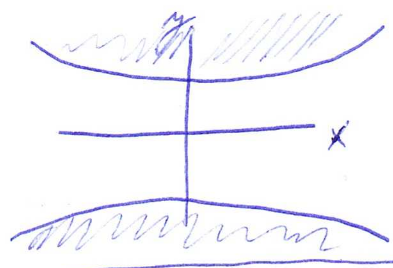
VÝSLEDEK



ASYMPTOTY

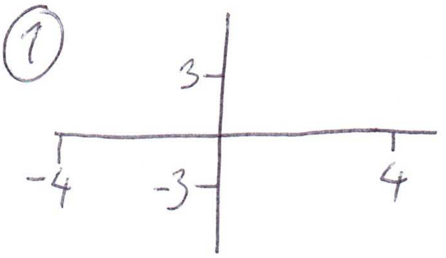
POZNÁMKA:

$$-\frac{x^2}{16}+\frac{y^2}{9}\geq 1$$

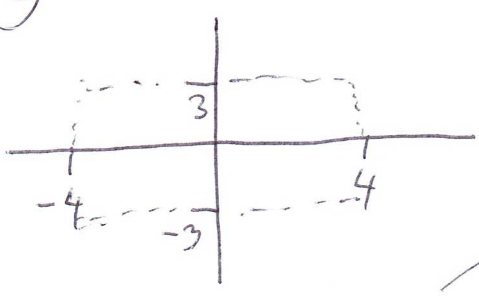


POSTUP HYPERBOLY:

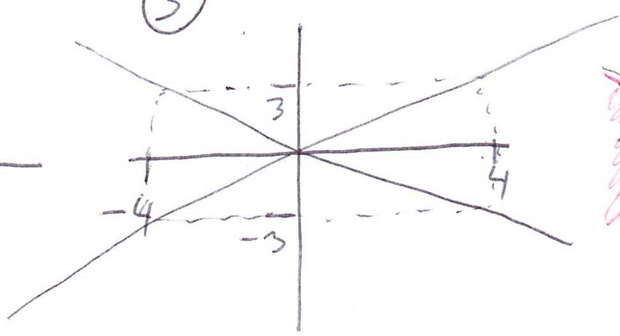
1



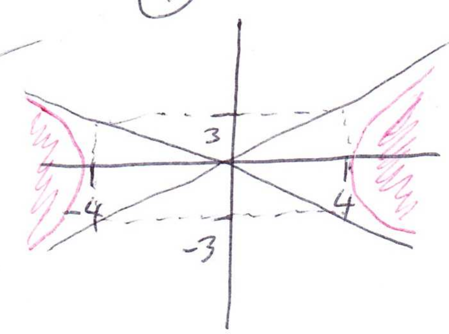
2

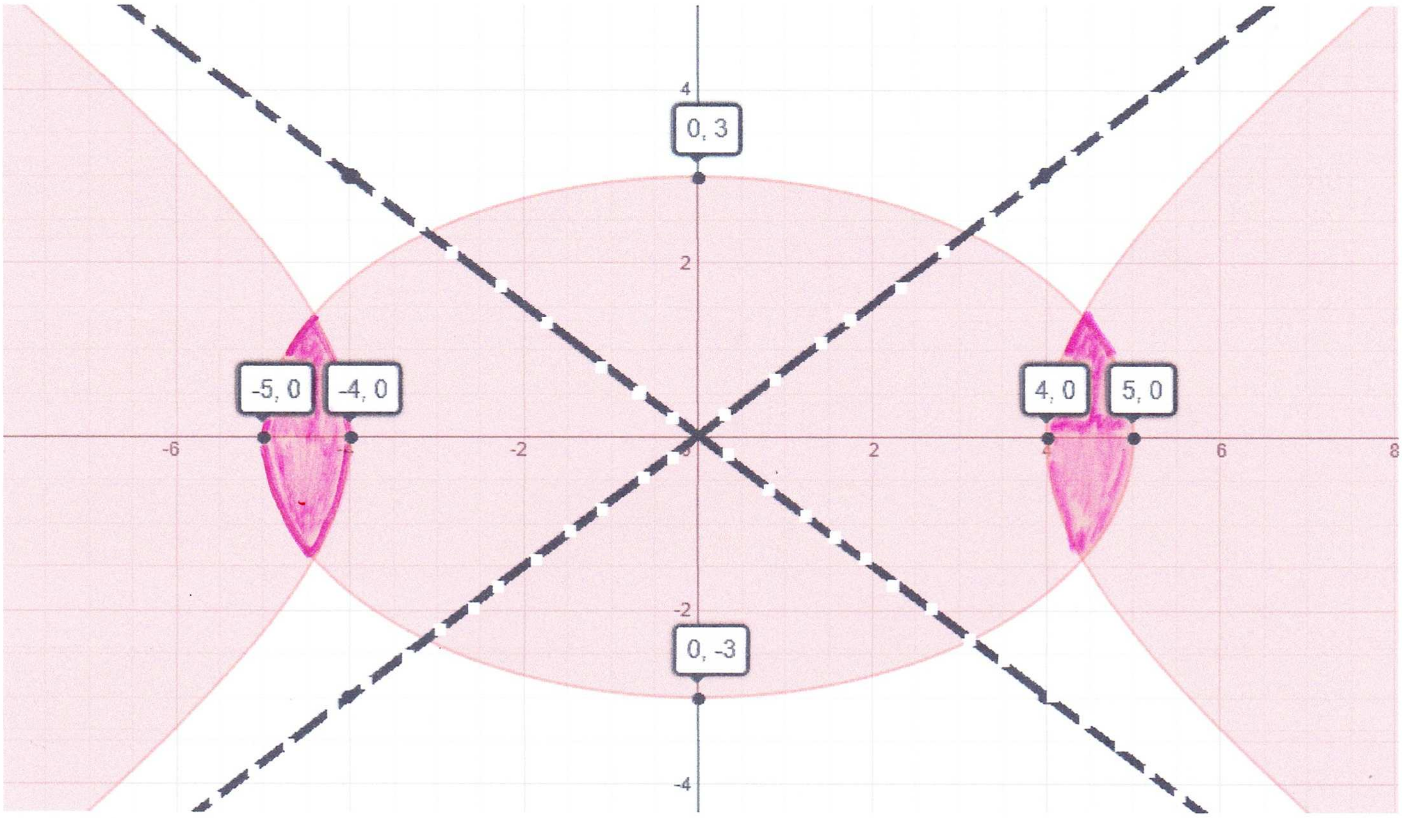


3



4





0, 3
-5, 0
-4, 0
4, 0
5, 0
0, -3
-6
-2
2
6
8
4
2
-2
-4

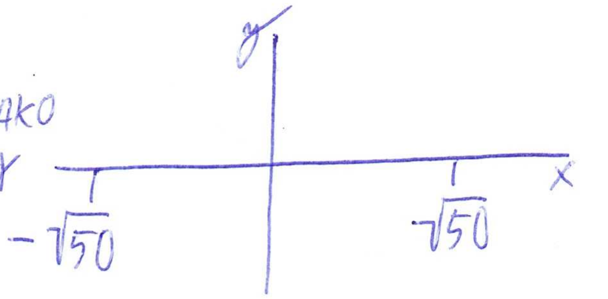
PŘÍKLAD

$$\frac{x^2}{25}+\frac{y^2}{9}\leq 2 \wedge \frac{x^2}{16}-\frac{y^2}{9}\geq 2 \quad /\cdot\frac{1}{2}$$

Musím vždy dostat rovno, menší, větší atd. jedné.

$$\frac{x^2}{50}+\frac{y^2}{18}\leq 1 \wedge \frac{x^2}{32}-\frac{y^2}{18}\geq 1$$

MOHU ZAPSAT JAKO ODMOCNINY



ŘEŠENÍ JE PODOBNÉ PŘEDCHOZÍMU PŘÍKLADU

$$f(x,y) = \frac{1}{xy}$$

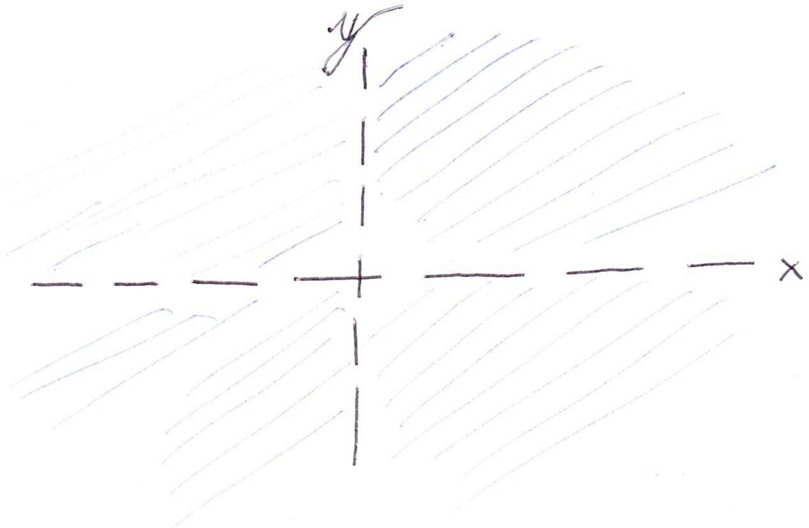
1) ZAPIŠ D_f POMOCÍ PODMÍNKY

2) D_f NAKRESLI

PODMNOŽINOU ROVINY

1) $D_f = \{ [x,y] \in R^2 ; x \cdot y \neq 0 \}$

MNOŽINA USPOŘÁDANÝCH
DVOJIC x A y

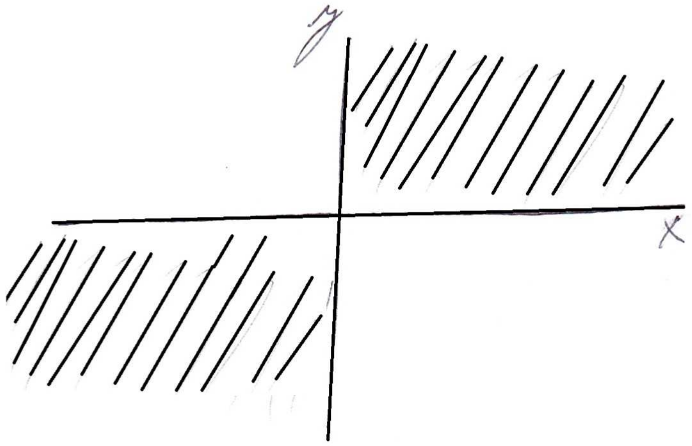


PATŘÍ TAM VŠE KROMĚ OSY x A y.

$$f(x,y) = \sqrt{x \cdot y}$$

1) $D_f = \{[x,y] \in R^2, \; \underbrace{x \cdot y \geq 0}\}$

KDE JE SOUČIN KLADNÝ NEBO NULA

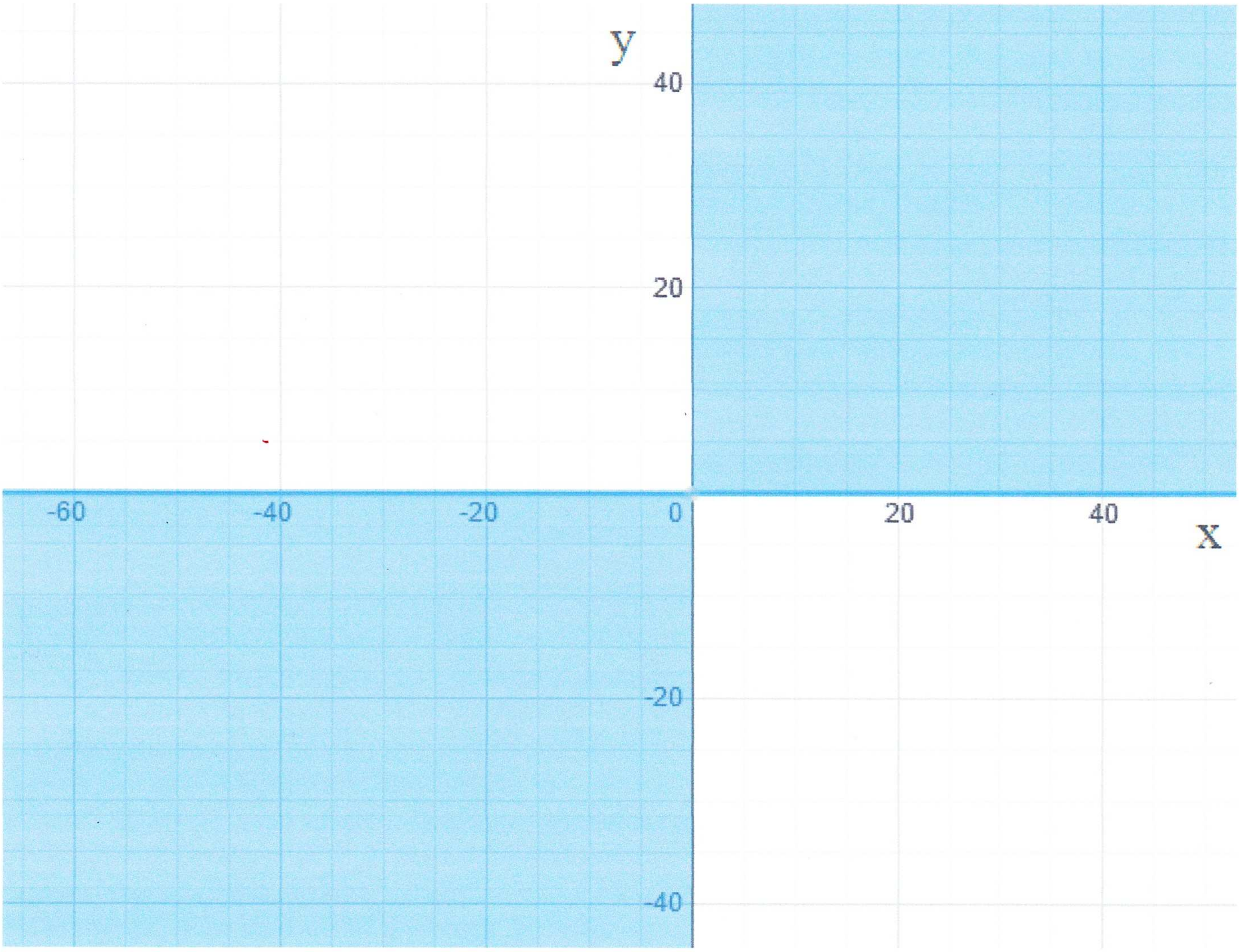


VYŠRAFOVANÁ
HRANICE PATŘÍ,
PROTOŽE JE ROVNOST

například:

$[2,2]$ $2 \cdot 2 = 4$
$4 > 0$

$[-2,-2]$ $(-2) \cdot (-2) = 4$
$4 > 0$



$$f(x,y) = \sqrt{x \cdot y}$$

$$f(x,y)=\frac{1}{x^2-y^2}$$

$$D_f=\{[x,y]\in R^2,\ x\neq \pm y\}$$

$$x^2-y^2\neq 0$$

$$-y^2\neq -x^2 \quad /\cdot(-1)$$

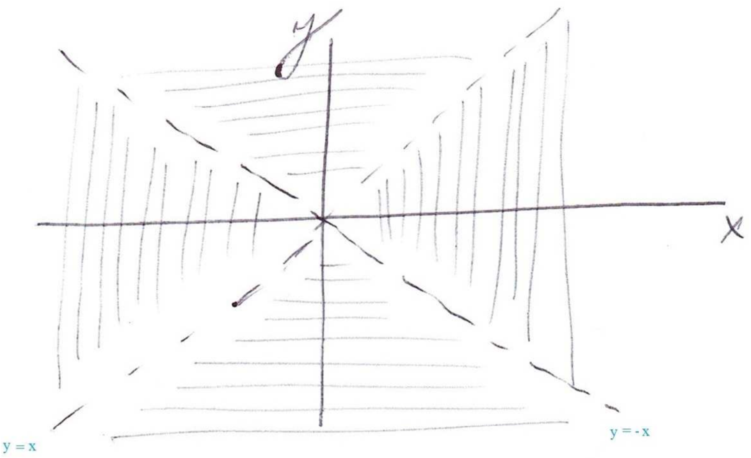
$$y^2\neq x^2$$

$$y\neq \pm\sqrt{x^2}$$

Patří tam vše kromě: $y \neq \pm x$

nesmí například:

$$2^2-2^2=0$$



$$f(x,y) = \frac{\log(x+1)}{\sqrt{4-x^2-y^2}}$$

1) (a)

$$(x+1) > 0$$
$$x+1 > 0 \quad /-1$$
$$x > -1$$

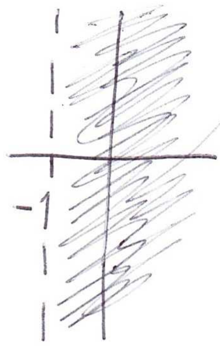
PRO LOGARITMUS

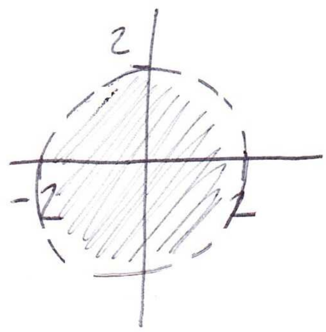
(b)

$$4-x^2-y^2 > 0$$
$$-x^2-y^2 > -4 \quad /\cdot(-1)$$
$$x^2+y^2 < 4$$

PRO ZLOMEK

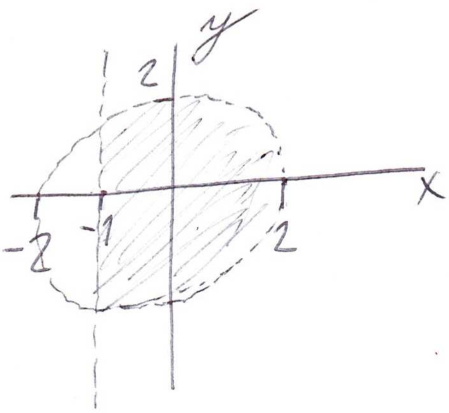
$$Df = \{[x,y] \in R^2;\ x > -1 \wedge x^2+y^2 < 4\}$$

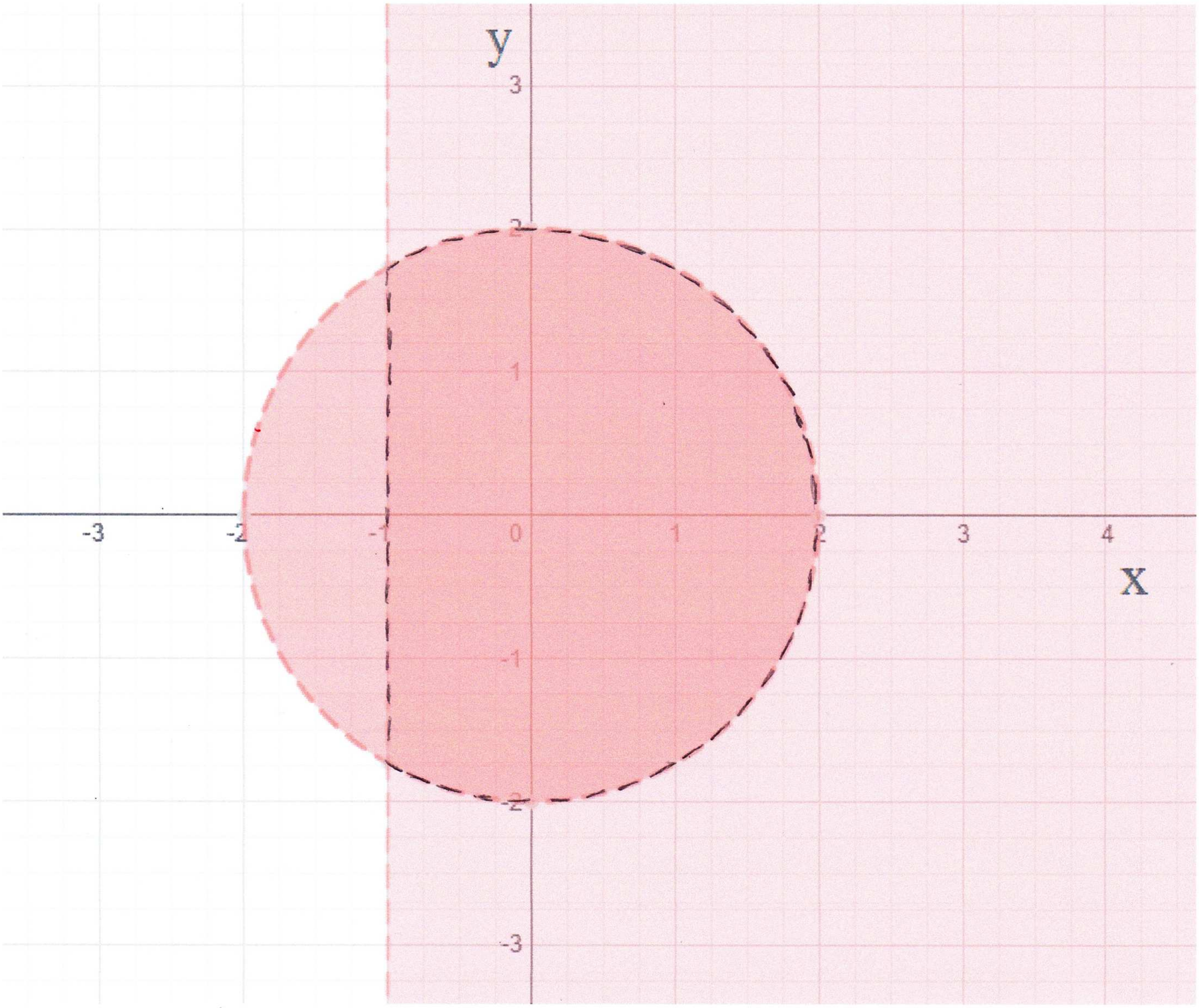




$\Rightarrow$

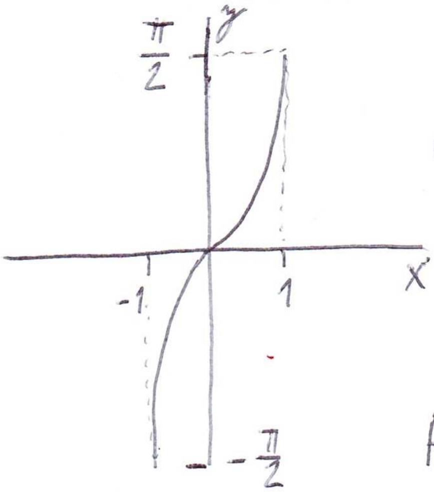
$\Rightarrow$





$$f(x,y) = \frac{\log(x+1)}{\sqrt{4-x^2-y^2}}$$

$$\boxed{f(x,y) = \frac{1}{\arcsin x \arccos y}}$$



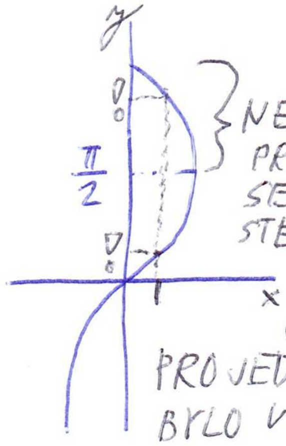
arcsin x

$H f = \langle -\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2} \rangle$

$D f = \langle -1, 1 \rangle$

URČÍM PODMÍNKY PRO arcsin x A PRO arccos x.

NEMŮŽE :



} NEMŮŽE, PROTOŽE BY SE OPAKOVALA STEJNÁ HODNOTA PRO y.

⇓

PRO JEDNO x BY BYLO VÍCE y ⇒ NEBYLA PROSTÁ FUNKCE

JAKOU PODMÍNKU KLADEM NA arcsin x V NAŠÍ FUNKCI?

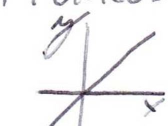
$\arcsin 0 = 0$

JELIKOŽ NECHCEME DĚLIT NULOU, COŽ NELZE, TAK $x \neq 0$

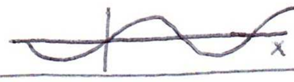
(x MUSÍ BÝT RŮZNÉ OD NULY)

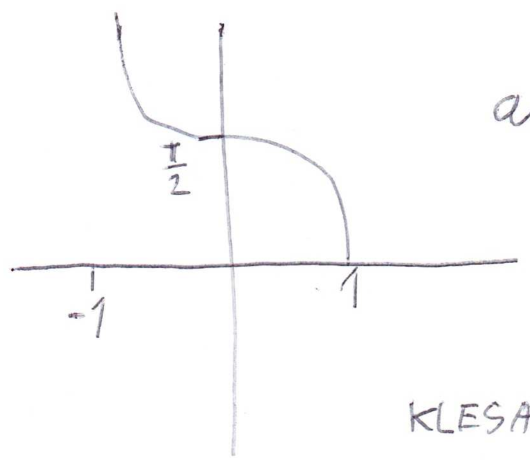
JE KLADENÁ JEŠTĚ NĚJAKÁ PODMÍNKA NA TO x? Df NEMÁ VŠECHNA REÁLNÁ ČÍSLA, MUSÍ BÝT OD -1 DO 1. $x \in \langle -1, 1 \rangle$

PROSTÁ FUNKCE POZNÁMKA



NENÍ PROSTÁ FUNKCE - PRO JEDNO y VÍCE x





arccos y

$D f = \langle -1, 1 \rangle$

$H f = \langle 0, \pi \rangle$

KLESAJÍCÍ FCE.

KLADU PODMÍNKY: $y \in \langle -1, 1 \rangle$

NECHCI ABY SE FUNKČNÍ HODNOTA ROVNALA NULE

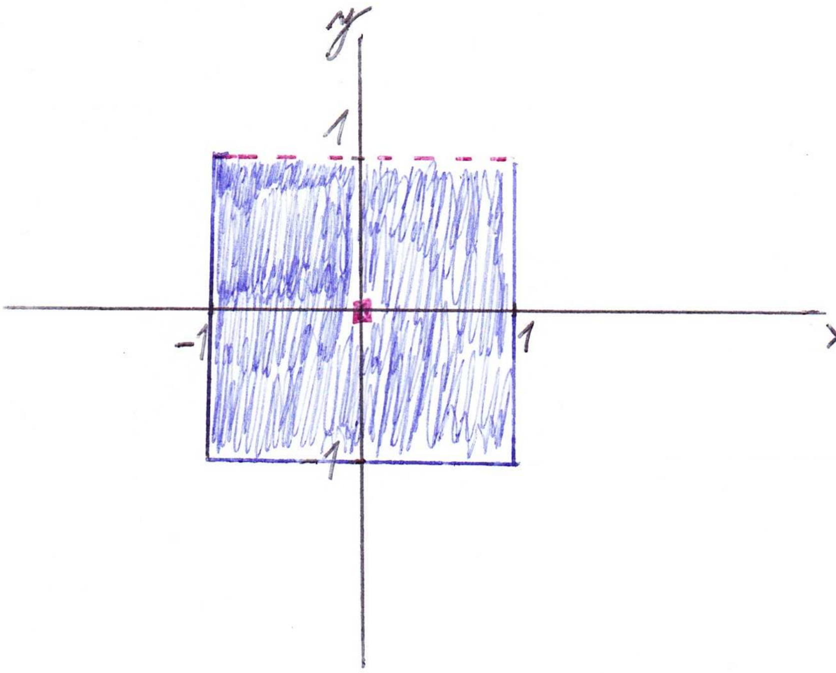
viz zadání: nedělit nulou

$\arccos \underline{\underline{1}} = 0 \quad (x \neq 1)$

$y \in \langle -1, 1)$

KULATÁ ZÁVORKA

$$D_f = \{[x,y] \in R^2; x \neq 0 \wedge x \in \langle -1, 1 \rangle \wedge y \in \langle -1, 1)\}$$



ČERVENÉ NEPATŘÍ
MODRÉ PATŘÍ

NEPATŘÍ NULA
NA OSE y NEPATŘÍ 1 (tedy, nepatří horní hrana)

$$\boxed{f(x,y,z) = \ln(x^2+y^2+z^2-1)}$$

$$(x^2+y^2+z^2-1) > 0$$

$$Df = \{[x,y,z] \in R^3;\ x^2+y^2+z^2-1 > 0\}$$

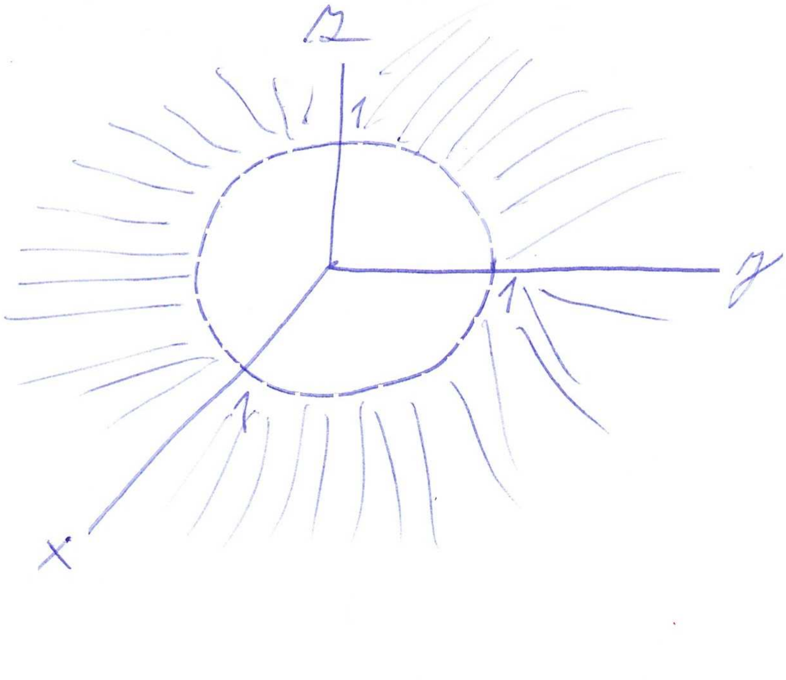
$$x^2+y^2+z^2-1 = 0 \quad /+1$$

$$x^2+y^2+z^2 = 1$$

r^2 = 1
poloměr na druhou se rovná 1

$$\sqrt{1} = 1$$

JE TO KOULE
O POLOMĚRU větší než JEDNA



$$\boxed{f(x, y, z) = \frac{1}{\sin y}}$$

sinus je PERIODICKÁ FCE

Z DŮVODU ZLOMKU, NEMŮŽU DĚLIT NULOU, VÍM, ŽE $\sin 0 = 0$,

PROTO $\underline{y \neq k\pi}$ $k \in Z$ (CELÁ ČÍSLA)

k JE KONSTANTA, KTERÁ MŮŽE NABÝVAT NULY

$y \neq k\pi$

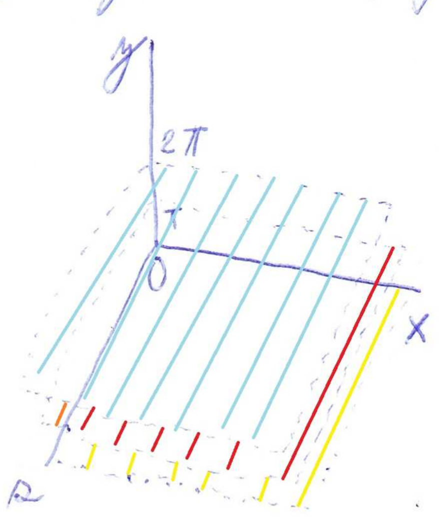
PODMÍNKA: y NENÍ celočíselný násobek π.

– ŽÁDNÁ PODMÍNKA ZDE NENÍ KLADENÁ NA x.

z, x – je LIBOVOLNÝ, VYHAZUJI BODY ROVINY KDE JE TŘEBA $y = 0$. (x, z JAKÝKOLIV, y NESMÍ BÝT NULA)

VYHODÍM ROVINY CO PROCHÁZÍ POČÁTKEM, TAK ROVINY CO PROCHÁZÍ π, 2π

$$Df = \{[x, y, z] \in R^3, \; y \neq k\pi\}$$



MÁM $\sin y$, PROTO BODY VYZNAČUJI NA y-OVÉ OSE

TROJROZMĚRNÝ PROSTOR

FUNKCE VÍCE PROMĚNNÝCH

JAK SE KRESLÍ? NAPŘ: $f(x,y) = x^2 + y^2$

PŘEDSTAVÍM SI, ŽE TĚLESO ZNÁM A ZAČNU HO ŘEZAT NĚJAKÝMI ROVINAMI. VEZMU SI ROVINU x,y, UDĚLÁM ŘEZ, DOSTANU PRŮNIK ČTVRTÉ ROVINY A TOHO GRAFU, OBECNĚ NĚJAKOU KŘIVKOU.

UDĚLÁM ŘEZ, DOSTÁVÁM KŘIVKU, ZASE SE POSUNU DOSTANU ZASE JINOU KŘIVKU, ROVINAMI ROVNOBĚŽNÝMA SE TĚLESO MĚNÍ.

POTOM ZKUSÍM TO SAMÉ S DALŠÍ ROVINOU, NAPŘÍKLAD x, z. UDĚLÁM ŘEZ A TU ROVINU ŠOUPÁM V OBOU SMĚRECH.

PRO NAŠE ÚČELY: JEDNU PROMĚNNOU ZAFIXUJI, TAM KDE BUDU DÁVAT KONSTANTU, BUDU ŠOUPAT ROVINY A BUDU ZJIŠŤOVAT JAK TY ŘEZY VYPADAJÍ.

: $f(x,y)$ NAHRADÍM TŘETÍ SOUŘADNICÍ TOU Z-ovou.

MÁM ROVINU x,y A MĚ TEĎ ZAJÍMÁ JAK SE TĚLESO CHOVÁ V ŘEZU. KDYŽ CHCI DĚLAT ŘEZ ROVINOU x,y PŘÍMO, CO MUSÍM DOSADIT ZA z? NULU.

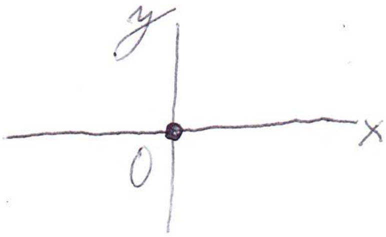
$$z = x^2 + y^2$$

$z = 0$

$0 = x^2 + y^2$

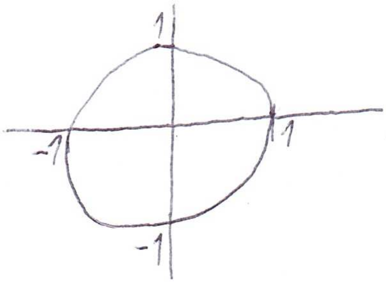
POLOMĚR

COŽ JE NULA TEN BOD



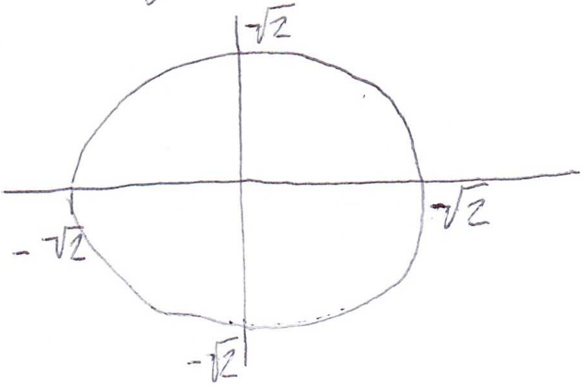
$z = 1$

$1 = x^2 + y^2$

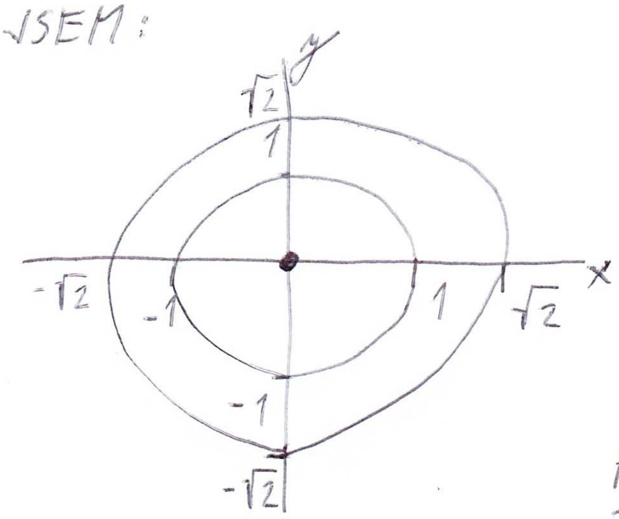


$z = 2$

$2 = x^2 + y^2$



DOSTAL JSEM:



PROPISKU
ZABODNI DO NULY,
TO VE SOUŘADNICE z

Z BODU ZE ZDOLA
DO ŠÍŘKY KUŽEL

MOHLA BY TO BÝT POLOKOULE, NA ŘEZECH MÁME
TAKÉ KRUHY

MOHLA BY TO BÝT NĚJAKÁ SKLENIČKA, ALE TA SPÍŠ
ZAČÍNÁ KRUHEM, NE BODEM (VĚTŠINOU)

TEN GRAF FUNKCE ZKUSÍM ŘEZAT TĚMITO
ROVINAMI.

ROVINA MÁ TŘEBA x, z - TÍM PÁDEM BUDU FIXOVAT
PROMĚNNOU y.

$y = 0$

$z = x^2 + y^2$

$z = x^2 + 0^2$

$z = x^2$ PARABOLA

$y = 1$

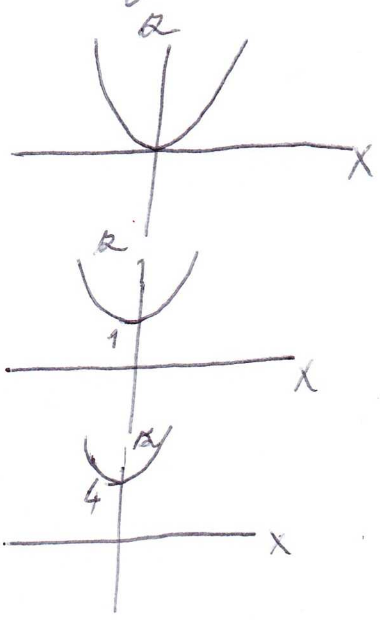
$z = x^2 + y^2$

$z = x^2 + 1^2$

$y = 2$

$z = x^2 + y^2$

$z = x^2 + 4$

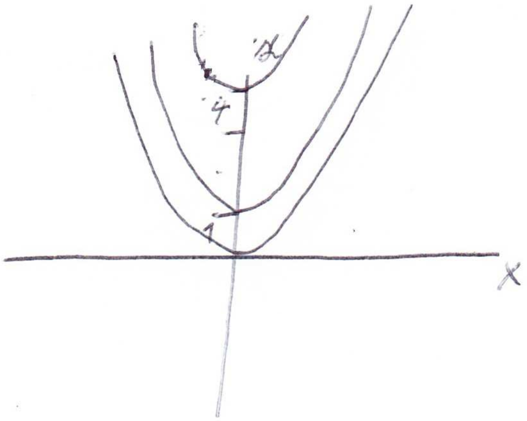


$y = -1$ $\quad z = x^2 + y^2$

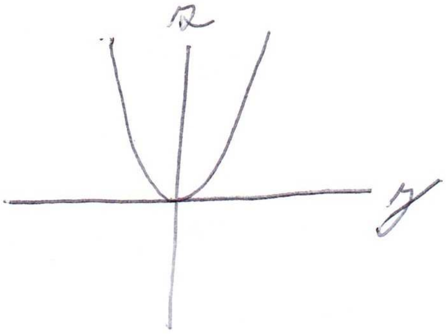
$z = x^2 + (-1)^2$

$z = x^2 + 1$ DOSTANU STEJNOU PARABOLU

DOSTAL VŠEM



ROVINA y, z



$x = 0$

$z = x^2 + y^2$

$z = 0 + y^2$

$z = y^2$

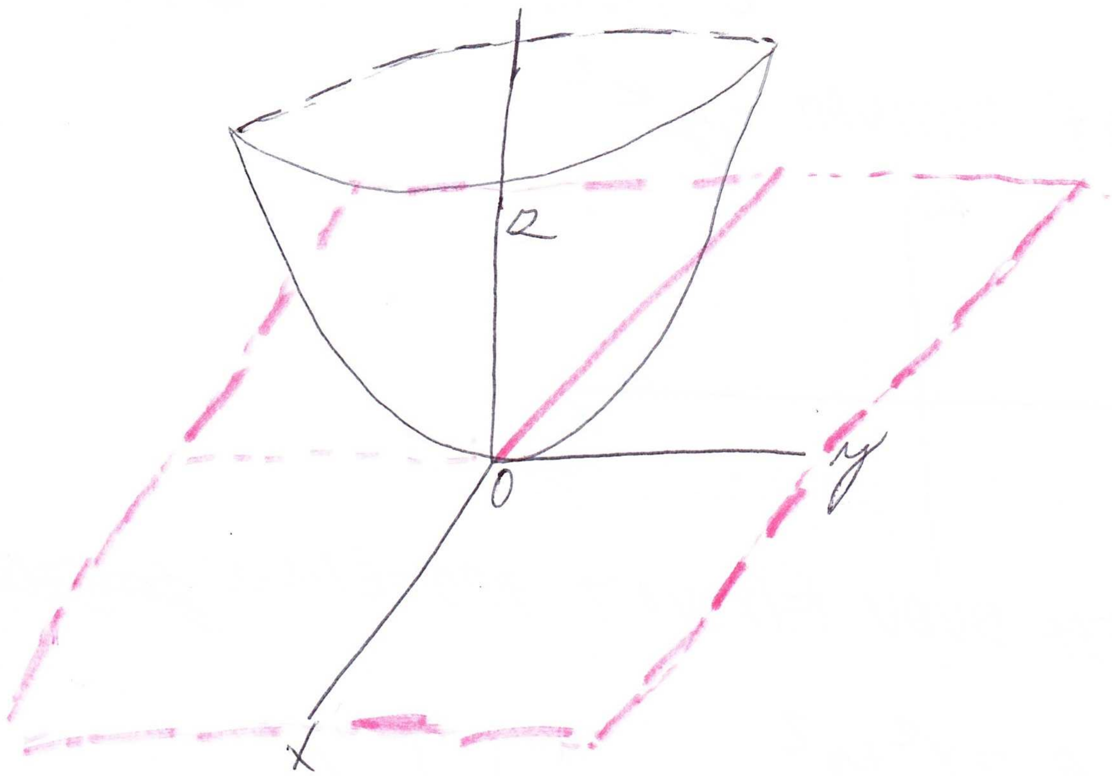
ZASE PARABOLA

ATD. BUDE TO SAMÍ JAKO PŘEDCHOZÍ

ZKUSÍM NAKRESLIT Z TOHO CO JIŽ ZNÁM.

- POČÁTEK JE V NULE

zobrazení do roviny:



$$\boxed{f(x,y) = \frac{x^2}{9} - \frac{y^2}{4}}$$

$$z = \frac{x^2}{9} - \frac{y^2}{4}$$

$z = 0$

$$0 = \frac{x^2}{9} - \frac{y^2}{4}$$

$$\frac{y^2}{4} = \frac{x^2}{9}$$

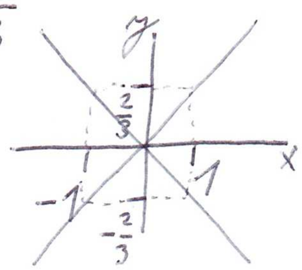
$$\frac{y}{2} = \pm\sqrt{\frac{x^2}{9}}$$

$$\frac{y}{2} = \pm \frac{x}{3} \quad / \cdot 2$$

$$y = \pm \frac{2x}{3}$$

ZA x DOSADÍM $0 : y = \pm 0$

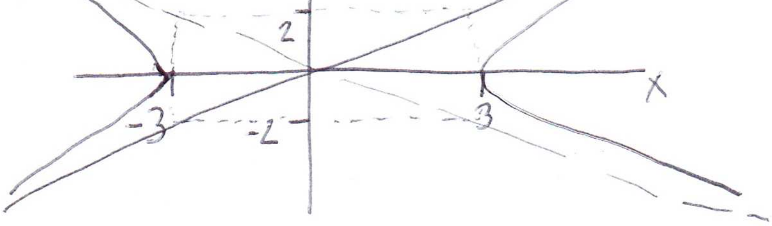
$1 : y = \pm \frac{2}{3}$



$z = 1$

$$1 = \frac{x^2}{9} - \frac{y^2}{4}$$

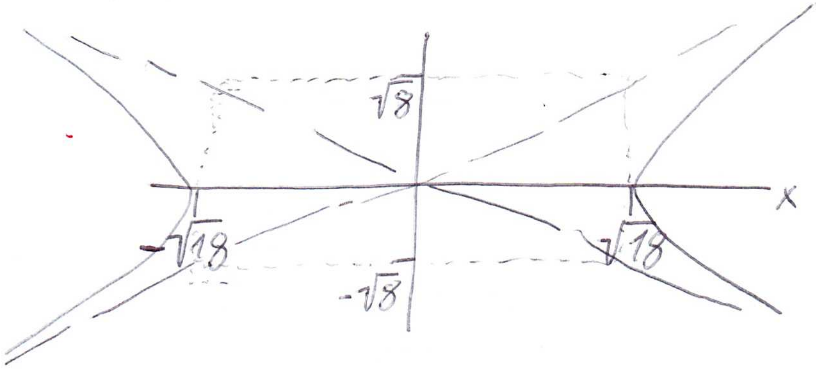
HYPERBOLA



$z = 2$

$$2 = \frac{x^2}{9} - \frac{y^2}{4} \quad \Big/ \cdot \frac{1}{2}$$

$$1 = \frac{x^2}{18} - \frac{y^2}{8}$$ HYPERBOLA

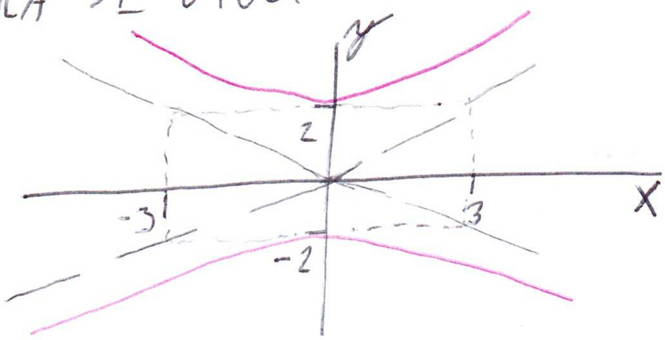


$z = -1$

$$-1 = \frac{x^2}{9} - \frac{y^2}{4} \quad \Big/ \cdot (-1)$$

$$1 = - \frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{4}$$

HYPERBOLA SE OTOČÍ

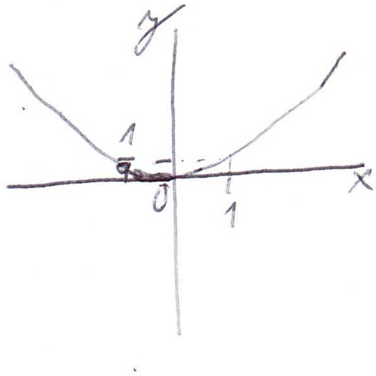


$y = 0$

$$z = \frac{x^2}{9} - \frac{0^2}{4}$$

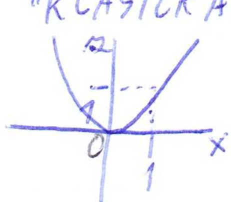
$$z = \frac{x^2}{9}$$

$$z = x^2 \cdot \frac{1}{9}$$

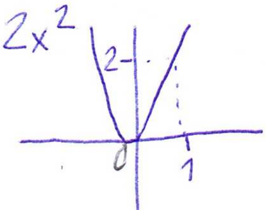


POZNÁMKA

"KLASICKÁ PARABOLA"

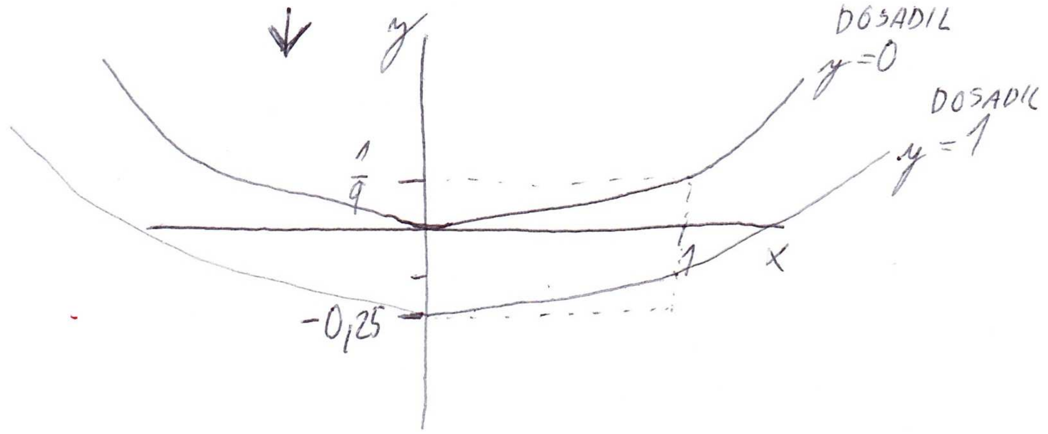


$2x^2$



$y = 1$

$$z = \frac{x^2}{9} - \frac{1^2}{4}$$

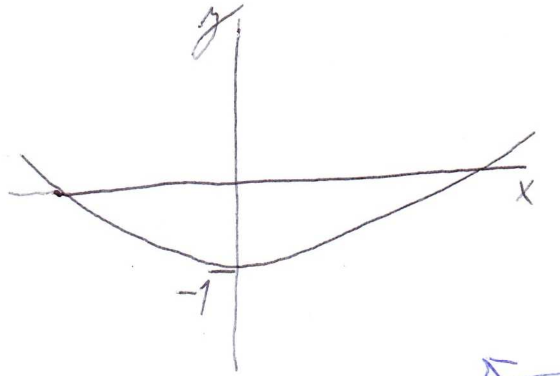


$$-0{,}25 + \frac{1}{9} = -0{,}13\overline{8}$$

$y = 2$

$$z = \frac{x^2}{9} - \frac{2^2}{4}$$

$$z = \frac{x^2}{9} - 1$$



POZNÁMKA

$$\frac{1}{9} \cdot (x^2 - 9)$$

$$\frac{1}{9} \cdot (x - 3)(x + 3)$$

$x = -3$

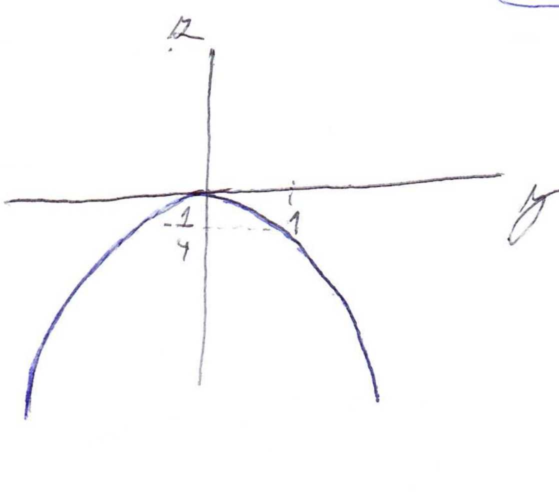
$x = 3$

$x = 0$

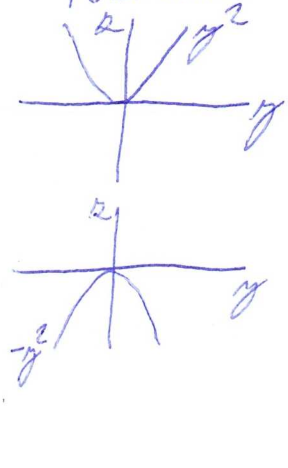
$$z = \frac{x^2}{9} - \frac{y^2}{4}$$

$$z = \frac{0^2}{9} - \frac{y^2}{4}$$

$$z = -y^2 \cdot \frac{1}{4}$$



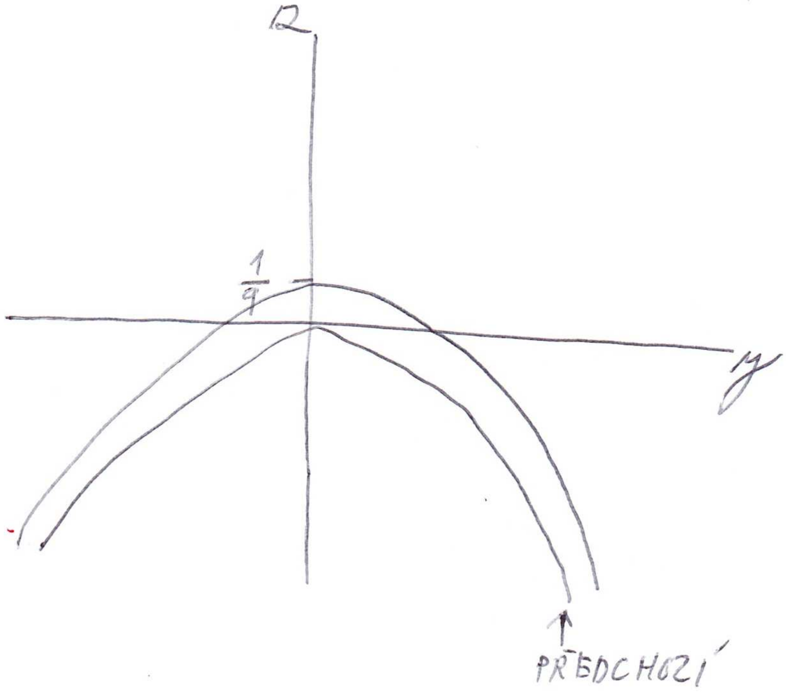
POZNÁMKA



$x = 1$

$z = \frac{x^2}{9} - \frac{y^2}{4}$

$z = \frac{1}{9} - \frac{y^2}{4}$



NÁKRES JE TĚŽKÝ

JINAK JE TO: SEDLO NA KONĚ

yesit.cz
sata150@gmail.com
Milan Mroczkowski

$$\boxed{f(x,y) = \sqrt{x^2+y}}$$

$$z = \sqrt{x^2+y}$$

$z = 0$

$$0 = \sqrt{x^2+y} \quad /^2$$

$$0 = x^2+y \quad /-y$$

$$-y = x^2 \quad /\cdot(-1)$$

$$y = -x^2$$

$z = 1$

$$1 = \sqrt{x^2+y} \quad /^2$$

$$1 = x^2+y \quad /-y$$

$$1-y = x^2 \quad /-1$$

$$-y = x^2-1 \quad /\cdot(-1)$$

$$y = -x^2+1$$

$z = -1$

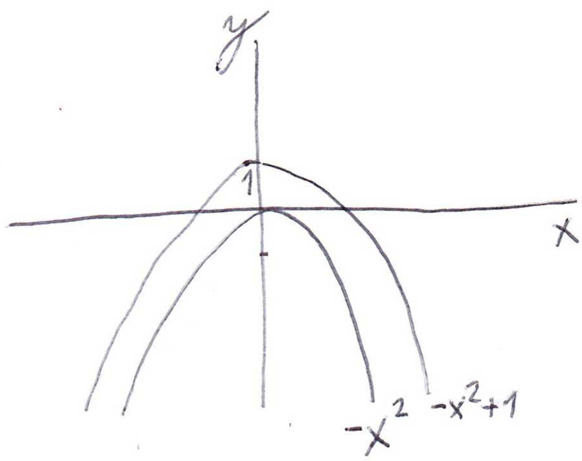
$$-1 = \sqrt{x^2+y} \quad /^2$$

$$+1 = x^2+y \quad /-y$$

$$+1-y = x^2 \quad /+1$$

$$-y = x^2-1 \quad /\cdot(-1)$$

$$z = -x^2+1$$



$$z = \sqrt{x^2 + y}$$

$x = 1$

$$z = \sqrt{1^2 + y} \quad |^2$$

$$z^2 = 1 + y \quad | -y$$

$$z^2 - y = 1 \quad | -z^2$$

$$-y = 1 - z^2 \quad | \cdot (-1)$$

$$y = z^2 - 1$$

$x = 0$

$$z = \sqrt{0^2 + y} \quad |^2$$

$$z^2 = y$$

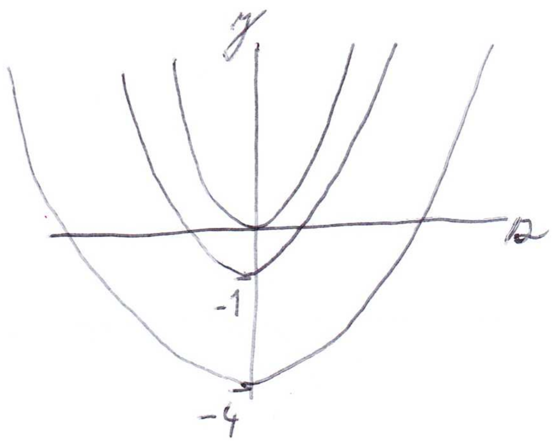
$$y = z^2$$

$x = -1$

$$z = \sqrt{(-1)^2 + y} \quad |^2$$

$$z^2 = 1 + y$$

$$y = z^2 - 1$$



$x = 2$

$$z = \sqrt{2^2 + y} \quad |^2$$

$$z^2 = 4 + y \quad | -y$$

$$z^2 - y = 4 \quad | -z^2$$

$$-y = 4 - z^2 \quad | \cdot (-1)$$

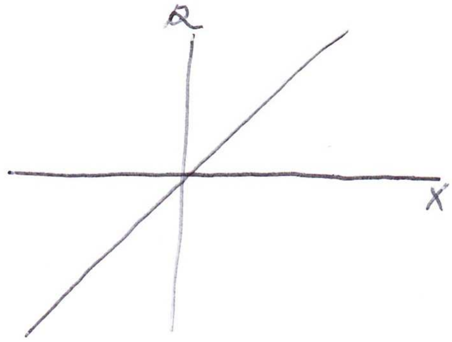
$$y = z^2 - 4$$

$z=\sqrt{x^2+y}$

$y=0$

$z=\sqrt{x^2+0}$

$z=x$

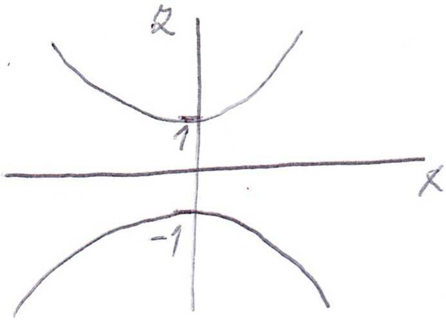


$y=1$

$z=\sqrt{x^2+1} \quad /^2$

$z^2=x^2+1$

$z^2-x^2=1$ HYPERBOLA



"JE MÍNUS U x
TAK BUDE
HYPERBOLA
NA z"

VÝSLEDEK PO SPOJENÍ: KUŽEL