JAK UDĚLÁM Z POSLOUPNOSTI ŘADU?

CO JE TO ŘADA ČÍSEL?

POSLOUPNOST: $\{a_n\}_{n=1}^{\infty} = a_1, a_2, a_3$

ŘADU UDĚLÁM TAK, ŽE ČLENY POSLOUPNOSTI SEČTU:

ŘADA: $\sum_{n=1}^{\infty} a_n = a_1 + a_2 + a_3 + \dots$

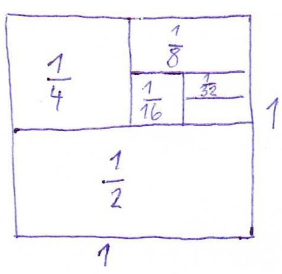
JAK SE SOUČET ŘADY POČÍTÁ?

např: Jaký je součet této řady?

$$\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{1}{2}\right)^n = \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \frac{1}{16} + \dots = 1$$

$\Uparrow$

PROČ JE TO JEDNIČKA?



čtverec 1×1

VEZME SE ČTVEREC 1×1, $\frac{1}{2}$ TOHO ČTVERCE (JEDNA KRÁT JEDNA) JE TOHLE VIZ OBRÁZEK, $\frac{1}{4}$ TOHLE, ATD.
$\Rightarrow$ OBSAH ČTVERCE JE 1.

TAKOVÝ OBRÁZEK OBECNĚ NEFUNGUJE PRO VŠECHNY ŘADY, FUNGUJE POUZE PRO TYTO PODOBNÉ ŘADY

K řadě: $\sum_{n=1}^{\infty} a_n = a_1 + a_2 + a_3 + \dots$

TEN SOUČET (TA SUMA) SE PŘEVÁDÍ NA LIMITU POSLOUPNOSTI. DĚLÁ SE TO TAKTO: VYTVÁŘÍM POSLOUPNOST ČÁSTEČNÝCH SOUČTŮ. PRVNÍ ČLEN TÉ POSLOUPNOSTI TĚCH ČÁSTEČNÝCH SOUČTŮ BUDE PRVNÍ ČLEN TÉ ŘADY. DRUHÝ ČLEN POSLOUPNOSTI TĚCH ČÁSTEČ. SOUČTŮ BUDE VYPADAT TAK, ŽE SEČTU POUZE PRVNÍ DVA ČLENY TÉ ŘADY, ATD.

POSLOUPNOST ČÁSTEČNÝCH SOUČTŮ:

$$S_1 = a_1$$

$$S_2 = a_1 + a_2$$

$$S_3 = a_1 + a_2 + a_3$$

$$\vdots$$

$$S_n = a_1 + a_2 + a_3 + \ldots + a_n$$ n-tý částečný součet

TAK POTOM ŘEKNU, ŽE SOUČET TÉ ŘADY, BUDU MU ŘÍKAT S BUDE LIMITA TÉ POSLOUPNOSTI ČÁSTEČNÝCH SOUČTŮ, KDYŽ n JDE DO NEKONEČNA. TO S JE V PODSTATĚ SOUČET TÉTO ŘADY

$$S = \lim_{n \to \infty} S_n$$ (MĚL BYCH DOSTAT SOUČET S)

KDYŽ POČÍTÁM LIMITU NĚJAKÉ POSLOUPNOSTI, JAKÉ SITUACE MOHOU NASTAT?

a) LIMITA NEEXISTUJE
b) ± NEKONEČNO
} ŘADA DIVERGUJE

c) REÁLNÉ ČÍSLO } ŘADA KONVERGUJE

MILAN MROCZKOWSKI
YESIT.CZ
SATA150@GMAIL.COM

POSLOUPNOST $\left\{\left(\frac{1}{2}\right)^n\right\}_{n=1}^{\infty}$

- VYPIŠ POSLOUPNOST ČÁSTEČNÝCH SOUČTŮ
- NAPIŠ OBECNÝ VZOREC PRO n-TÝ ČLEN

a) ŘADA

$$\sum_{n=1}^{\infty}\left(\frac{1}{2}\right)^n = \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \frac{1}{16} + \dots = 1$$

b) POSLOUPNOST ČÁSTEČNÝCH SOUČTŮ

$$S_1 = a_1 = \frac{1}{2} \qquad = \frac{1}{2}$$

$$S_2 = a_1 + a_2 = \frac{1}{2} + \frac{1}{4} \qquad = \frac{2+1}{4} = \frac{3}{4}$$

$$S_3 = a_1 + a_2 + a_3 = \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} \qquad = \frac{4+2+1}{8} = \frac{7}{8}$$

$$\vdots$$

$$S_n = a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_n \qquad = \frac{2^n - 1}{2^n}$$

CHTEL BYCH VYJÁDŘIT S_n ABY TO ZÁVISELO POUZE NA TOM n. VYJÁDŘIT VZORCEM PRO n-TÝ ČLEN.

OBECNÝ VZOREC PRO n-TÝ ČLEN té naší posloupnosti částečných součtů

ZJISTILI JSME ČLEN S_n

c) SPOČÍTAT LIMITU

$$S = \lim_{n\to\infty} S_n = \lim_{n\to\infty} \frac{2^n - 1}{2^n} = \lim_{n\to\infty} \frac{\cancel{2^n}\left(1 - \frac{1}{2^n}\right)}{\cancel{2^n}} =$$

$$= \lim_{n\to\infty}\left(1 - \frac{1}{2^n}\right) = \underline{\underline{1}}$$

ŘADY GEOMETRICKÉ

$$\boxed{a_{n+1} = a_n \cdot q}$$

KVOCIENT

(definice) GEOMETRICKÁ POSLOUPNOST

GEOMETRICKÁ ŘADA JE NĚJAKÁ ŘADA, PRO NÍ ZASE PLATÍ, ŽE LIBOVOLNÝ ČLEN Z PŘEDCHOZÍHO DOSTANU TAK, ŽE TENHLE ČLEN VYNÁSOBÍM NĚJAKÝM REÁLNÝM ČÍSLEM.

$$\boxed{S = \frac{a_1}{1-q}}$$

(vzorec pro) SOUČET GEOMETRICKÉ ŘADY

SOUČET TÉTO ŘADY LZE SPOČÍTAT JENOM NĚKDY, KLADOU SE ZDE POŽADAVKY: $|q| < 1$ neboli $\boxed{q \in (-1, 1)}$

POUZE V TOMTO INTERVALU KVOCIENT EXISTUJE,

$q \neq 1$

POSLOUPNOST: $\{2^{n-1}\}_{n=1}^{\infty} = 1, 2, 4, 8, 16$

PROTOŽE PRO q od -1 do 1 TA ŘADA JE KONVERGENTNÍ, V OSTATNÍCH PŘÍPADECH JE ŘADA DIVERGENTNÍ

UDĚLÁM ŘADU: $\sum_{n=1}^{\infty} 2^{n-1} = 1 + 2 + 4 + 8 + \ldots$

JAK BY VYPADAL PODLE VÝŠE ZMÍNĚNÉHO VZORCE JEJÍ SOUČET? PRVNÍ ČLEN JEJÍ POSLOUPNOSTI JE 1, A KVOCIENT 2.

SOUČET TÉTO ŘADY: -1.

$$S = \frac{1}{1-2} = \frac{1}{-1} = -1$$

DIVERGENTNÍ - SOUČET NEKONEČNÝ

CHYBA V KVOCIENTU NESPLŇUJE $q \in (-1, 1)$

KDYŽ SE KOUKNU NA ŘADU, TAK BY MĚL VÝSLEDEK (SOUČET) VYJÍT KLADNÝ A PRAVDĚPODOBNĚ NEKONEČNÝ, PROTOŽE SE ČÍSLA ZVĚTŠUJÍ

$$\boxed{\text{POSLOUPNOST } \left\{\left(\frac{1}{2}\right)^n\right\}_{n=1}^{\infty}}$$

a) ŘADA

$$\sum_{n=1}^{\infty}\left(\frac{1}{2}\right)^n = \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \frac{1}{16} + \ldots = 1$$

b) $\boxed{a_{n+1} = a_n \cdot q}$

$$q = \frac{a_{n+1}}{a_n}$$

$$q = \frac{\frac{1}{4}}{\frac{1}{2}} = \frac{1}{4} \cdot \frac{2}{1} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$$

c) $\boxed{S = \frac{a_1}{1-q}}$ $\boxed{q \in (-1, 1)}$

$$S = \frac{\frac{1}{2}}{1-\frac{1}{2}} = \frac{1}{2} : \frac{1}{2} = \frac{1}{2} \cdot \frac{2}{1} = 1$$

LIMITA NEBUDE EXISTOVAT, TEDY, TATO
ŘADA NEMÁ SOUČET:

ŘADA: $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n-1} = 1 - 1 + 1 - 1 + \dots$ nemá součet, tedy nemá limitu

JAK BY VYPADALA POSLOUPNOST ČÁSTEČNÝCH SOUČTŮ?

$S_1 = a_1 = 1$

$S_2 = a_1 + a_2 = 0$

$S_3 = a_1 + a_2 + a_3 = 1$

$S_4 = a_1 + a_2 + a_3 + a_4 = 0$

atd.

KDYBYCH VZAL ŘADU A UZÁVORKOVAL BYCH JI TAKTO:

$(1-1) + (1-1) + (1-1) + \dots = 0$ (SOUČET BY VYŠEL)

KDYBYCH JI UZÁVORKOVAL JINAK:

$1 + (-1+1) + (-1+1) + \dots = 1$ (SOUČET BY VYŠEL)

KDYBYCH NAPSAL VZOREC, TAK MÁM:

$$S = \frac{1}{1-(-1)} = \frac{1}{2}$$

↑ NÁSOBKY -1

ŘADY KTERÉ NEMAJÍ SOUČET ⇒ TADY 3 DŮKAZY KTERÉ PLATÍ, ALE ŽE SOUČET JE NEJDŘÍV NULA, PAK JEDNIČKA, PAK $\frac{1}{2}$

⇒ POZOR NA CHYBY

$$\boxed{\text{MÁM ČÍSLO } 0,\overline{4} \text{ (periodický)}}$$

$$0,4 + 0,04 + 0,004 + \ldots$$

$$\boxed{a_{n+1} = a_n \cdot q}$$

$$q = \frac{a_{n+1}}{a_n} = \frac{0,04}{0,4} = 0,1$$

$$a_1 = 0,4$$

$$\boxed{S = \frac{a_1}{1-q}} = \frac{0,4}{1-0,1} = \frac{0,4}{0,9} = \frac{\frac{4}{10}}{\frac{9}{10}} = \frac{4}{10} \cdot \frac{10}{9} = \underline{\underline{\frac{4}{9}}}$$

$$\boxed{q \in (-1,1)}$$

DEFINIČNÍ OBORY (Df)

$$\boxed{y = \log(x+2) + \log(x-2)}$$

$\log(x+2)$

PODMÍNKA PRO Df : $x+2 \boxed{>} 0$ PRO LOGARITMUS.

$x + 2 > 0 \quad /-2$

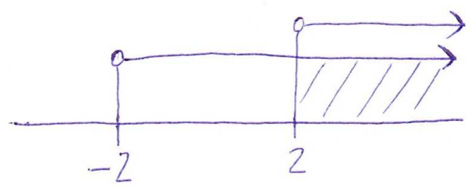
$x > -2$

$\log(x-2)$

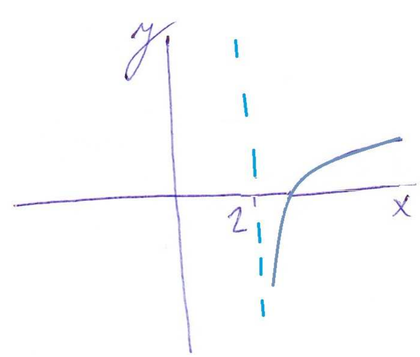
PODMÍNKA PRO Df : $x - 2 \boxed{>} 0$ PRO LOGARITMUS

$x - 2 > 0 \quad /+2$

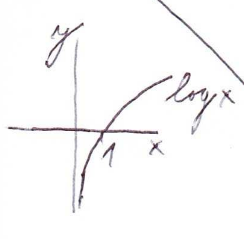
$x > 2$



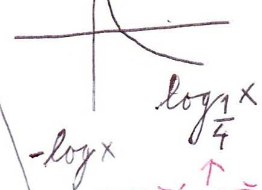
$$K \in (2, +\infty)$$



POZN:



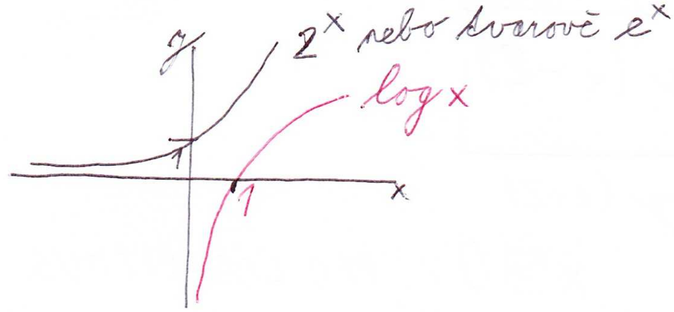
POZN:

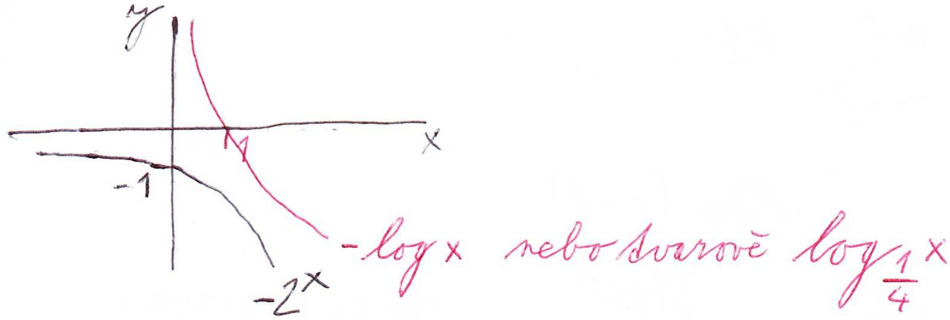


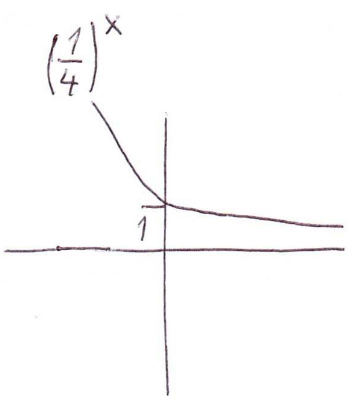
$-\log x$

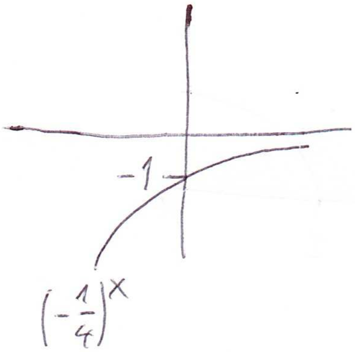
MENŠÍ NEŽ 1

VSUVKA: EXPONENCIÁLNÍ FCE









$$\boxed{y = \sqrt{2 + x - x^2}}$$

PODMÍNKA PRO D_f : $2 + x - x^2 \boxed{\geq} 0$ PRO ODMOCNINU

$$-x^2 + x + 2 \geq 0 \quad / \cdot (-1)$$

$$x^2 - x - 2 \leq 0$$

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$x_{1,2} = \frac{-(-1) \pm \sqrt{(-1)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-2)}}{2 \cdot 1}$$

$$x_{1,2} = \frac{1 \pm \sqrt{1 - (-8)}}{2}$$

$$x_{1,2} = \frac{1 \pm 3}{2} \quad \begin{cases} x_1 = 2 \\ x_2 = -1 \end{cases}$$

ZJISTÍM NULOVÉ BODY

$(x - 2) \quad (x - (-1))$

$\Downarrow \quad \Downarrow$

$(x - 2) \quad (x + 1)$

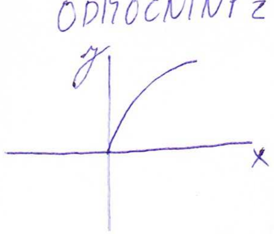
$x - 2 = 0 \quad x + 1 = 0$

$x = 2 \quad x = -1$

$n_0 = 2; -1$

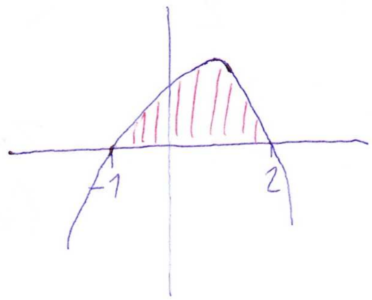
	$(-\infty, -1)$	$(-1, 2)$	$(2, +\infty)$
$(x-2)$	$-$	$-$	$+$
$(x+1)$	$-$	$+$	$+$
	$+$	$-$	$+$

POZNÁMKA
GRAF DRUHÉ
ODMOCNINY z x



$D = \sqrt{b^2 - 4ac}$

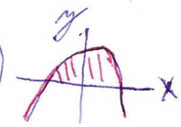
$x \in \langle -1, 2 \rangle$



KDY JE VÝRAZ $2+x-x^2$ ROVEN, VĚTŠÍ NULE?

CO TO ZNAMENÁ PRO TU PARABOLU? PARABOLA NAD OSOU X JE NA INTERVALU $\langle -1, 2 \rangle$ $\Rightarrow$ COŽ MUSÍ BÝT V D_f.

TEDY PAMATOVAT: $-x^2 \geq 0$



OTOČENÍ PARABOLY

PARABOLA NAD OSOU X

$$\boxed{y = \sqrt{3x - x^3}}$$

PODMÍNKA PRO Df : $3x - x^3 \geq 0$ PRO ODMOCNINU

$$3x - x^3 \geq 0$$

$$x(3 - x^2) \geq 0$$

$$x \geq 0 \qquad (3 - x^2) \geq 0$$

$$3 - x^2 \geq 0 \quad /-3$$

$$-x^2 \geq -3 \quad /\cdot(-1)$$

$$x^2 \leq 3$$

$$x \leq \pm\sqrt{3}$$

$$x \leq \sqrt{3} \qquad x \leq -\sqrt{3}$$

△ poznámka

ZJISTÍM NULOVÉ BODY :

$(x - 0)$ $(x - \sqrt{3})$ $(x - (-\sqrt{3}))$

$\Downarrow$ $\Downarrow$ $\Downarrow$

(x) $(x - \sqrt{3})$ $(x + \sqrt{3})$

$x = 0$ $x - \sqrt{3} = 0$, $x = \sqrt{3}$ $x + \sqrt{3} = 0$, $x = -\sqrt{3}$

$x_0 = 0, \sqrt{3}, -\sqrt{3}$

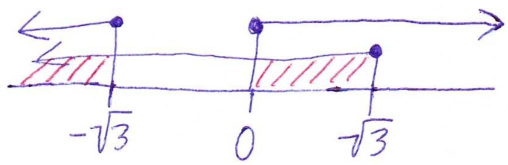
TABULKA :

	$(-\infty, -\sqrt{3})$	$(-\sqrt{3}, 0)$	$(0, \sqrt{3})$	$(\sqrt{3}, +\infty)$
(x)	$-$	$-$	$+$	$+$
$(x - \sqrt{3})$	$-$	$-$	$-$	$+$
$(x + \sqrt{3})$	$-$	$+$	$+$	$+$
	$-$	$+$	$-$	$+$

ZAJÍMAJÍ MNE △ JE VÍCE KLESAJÍCÍCH

$$K \in (-\infty, -\sqrt{3}\rangle \cup \langle 0, \sqrt{3}\rangle$$

ZÁVORKY DLE Δ



ZKRÁCENĚ:

$$\boxed{y = \sqrt{3x - x^3}}$$

PODMÍNKA PRO Df: $3x - x^3 \boxed{\geq} 0$ PRO ODMOCNINU

$$3x - x^3 \geq 0$$

$$x(3 - x^2) = 0$$

[VĚTŠÍ NEŽ NULA VYPOUŠTÍM]

$x = 0$

$(x - 0)$

$\Downarrow$

(x)

$x = 0$

$$3 - x^2 = 0 \quad /-3$$

$$-x^2 = -3 \quad /\cdot(-1)$$

$$x^2 = 3$$

$$x = \pm\sqrt{3}$$

$x_1 = \sqrt{3}$ $\quad$ $x_2 = -\sqrt{3}$

$(x - \sqrt{3})$ $\quad$ $(x - (-\sqrt{3}))$

$\Downarrow$ $\quad$ $\Downarrow$

$(x - \sqrt{3})$ $\quad$ $(x + \sqrt{3})$

$x - \sqrt{3} = 0$ $\quad$ $x + \sqrt{3} = 0$

$x = \sqrt{3}$ $\quad$ $x = -\sqrt{3}$

$x_0 = 0;\ \sqrt{3},\ -\sqrt{3}$

	$(-\infty, -\sqrt{3})$	$(-\sqrt{3}, 0)$	$(0, \sqrt{3})$	$(\sqrt{3}, +\infty)$
(x)	−	−	+	+
$(3-x^2)$	−	+	+	−
	+	−	+	−

$$K \in (-\infty, -\sqrt{3}\rangle \cup \langle 0, \sqrt{3}\rangle$$

K ZÁVORKÁM: PŘIHLÉDNU KE ZNAMÉNKU ≥0 JEŽ JSEM VYPUSTIL, PROTO VYBERU PLUSY

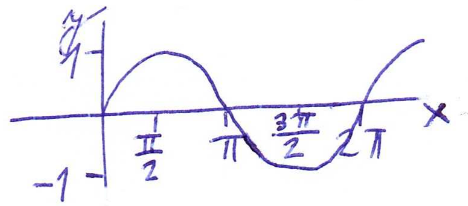
$$\boxed{y=\sqrt{\sin x}\cdot\sqrt{\cos x}}$$

PODMÍNKA PRO Df : $\sin x \boxed{\geq} 0$ PRO ODMOCNINU

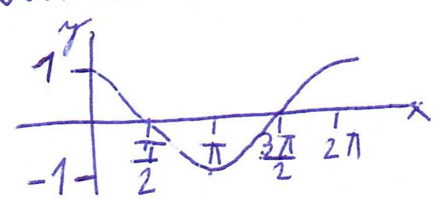
PODMÍNKA PRO Df : $\cos x \boxed{\geq} 0$ PRO ODMOCNINU

DĚLAT TABULKU NEMÁ SMYSL, PROTOŽE JSOU FCE PERIODICKÉ A TEDY HODNOTY BY SE V NÍ OPAKOVALI

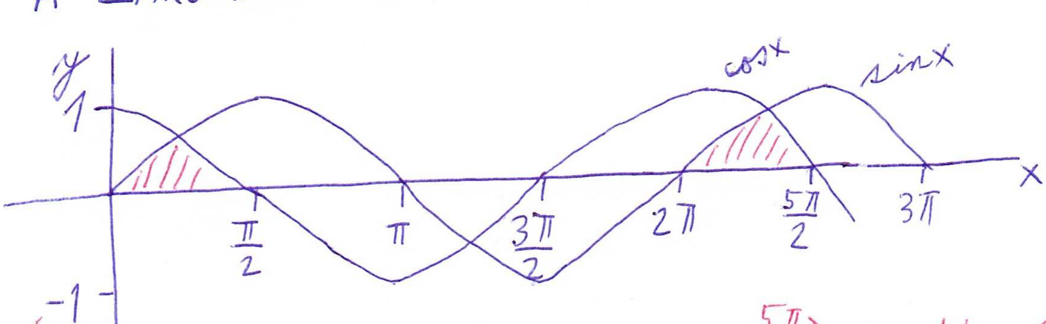
1. NAKRESLIT $\sin x$



2. NAKRESLIT $\cos x$



3. KDY JE SINUS X KLADNÝ A NEBO NULA, A ZÁROVEŇ KDY JE COS X KLADNÝ atd.?



NĚKTERÁ MÍSTA Df = $\langle 0, \frac{\pi}{2} \rangle \cup \langle 2\pi, \frac{5\pi}{2} \rangle \cup \langle 4\pi, \frac{9\pi}{2} \rangle$ atd.

4. ZÁPIS D_f

$$D_f = \bigcup_{k \in Z} \langle 0 + k \cdot 2\pi \, ; \, \frac{\pi}{2} + k \cdot 2\pi \rangle$$

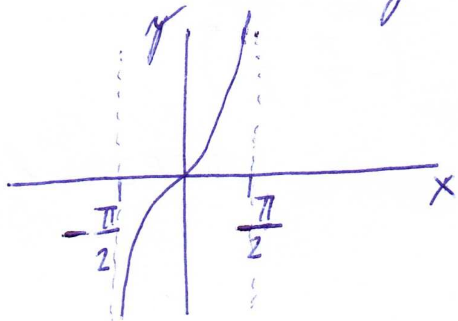
CELÁ ČÍSLA

$$\boxed{y = \operatorname{arctg} \frac{x+2}{x+3}}$$

PODMÍNKA PRO arctg JSOU VŠECHNA REÁLNÁ ČÍSLA, ARCTG NA ZLOMEK NEKLADE ŽÁDNÉ POŽADAVKY

PODMÍNKA PRO Df: $x+3 \neq 0$

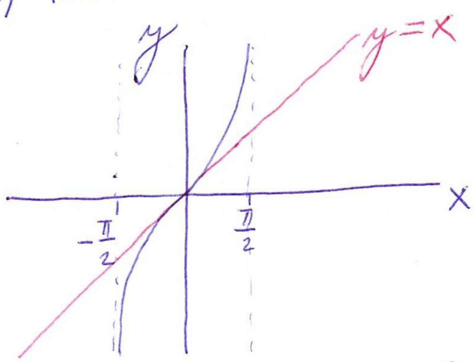
1. JAK VYPADÁ tg?



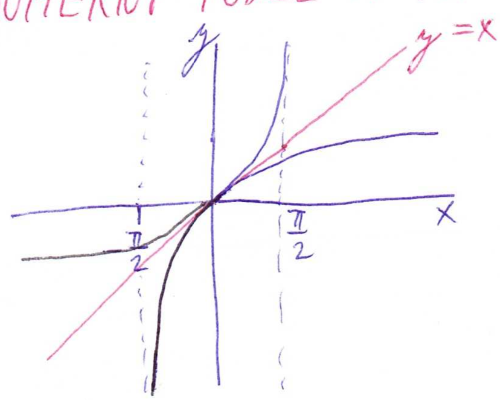
PERIODICKY SE OPAKUJÍ OD $-\frac{\pi}{2}$ DO $\frac{\pi}{2}$

2. JAK VYPADÁ arctg? PROHAZUJÍ SE OSY X a Y.

a) NAKRESLÍM OSU I. a III KVADRANTU, PŘÍMKU $y = x$.



INVERZNÍ FUNKCE MAJÍ VLASTNOST ŽE JSOU STŘEDOVĚ SOUMĚRNÝ PODLE TÝ PŘÍMKY



JAKÉ VLASTNOSTI MÁ arctg x?

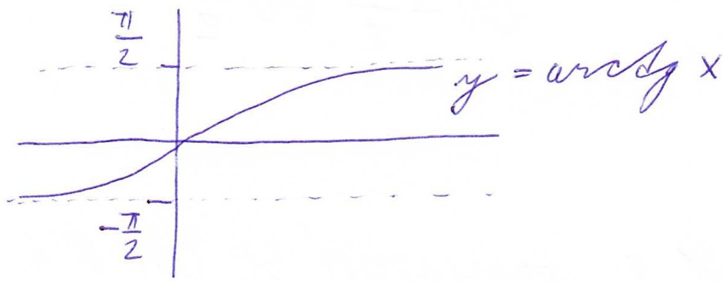
$D_f \in (-\infty, +\infty)$ neboli všechna reálná čísla.
$D_f = R$

$H_f \in \left(-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right)$

ROSTOUCÍ

OMEZENÁ ZHORA I ZDOLA $\left(\overset{\text{od}}{-\frac{\pi}{2}}, \overset{\text{do}}{\frac{\pi}{2}}\right)$

INVERZNÍ k tg x



$x + 3 \neq 0 \quad /-3$

$x \neq -3$

$\underline{D_f = R \setminus \{-3\}}$ VŠECHNA REÁLNÁ ČÍSLA KROMĚ −3

$$\boxed{\operatorname{tg} x = \sqrt{3}}$$

NASADÍM NA TUTO FUNKCI FUNKCI INVERZNÍ

$$\operatorname{tg} x = \sqrt{3} \qquad / \cdot \operatorname{arctg}$$

$$\operatorname{arctg}(\operatorname{tg} x) = \operatorname{arctg} \sqrt{3}$$

JSOU INVERZNÍ
"POŽEROU SE"

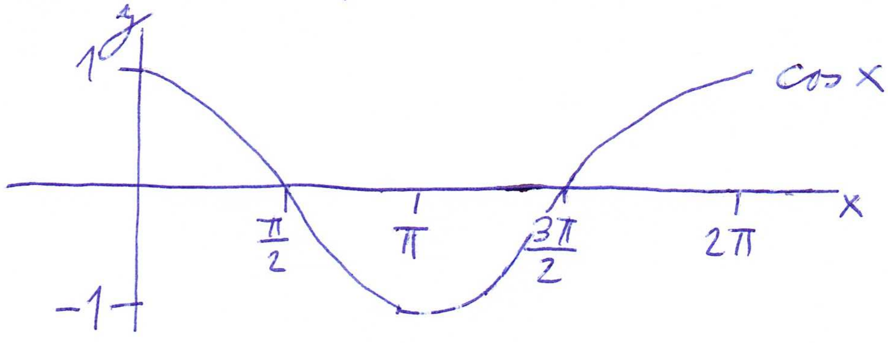
$$x = \underbrace{\operatorname{arctg} \sqrt{3}}$$

TOHLE MÁM NA KALKULAČCE $\operatorname{tg}^{-1}(\sqrt{3})$

(VYUŽÍVÁ SE TOHO PROTOŽE JSOU INVERZNÍ)

$$y = \arccos \frac{x+3}{2} + \sqrt{x+2}$$

1) NAKRESLI, JAK VYPADÁ $\cos x$?



$D_f = \mathbb{R}$

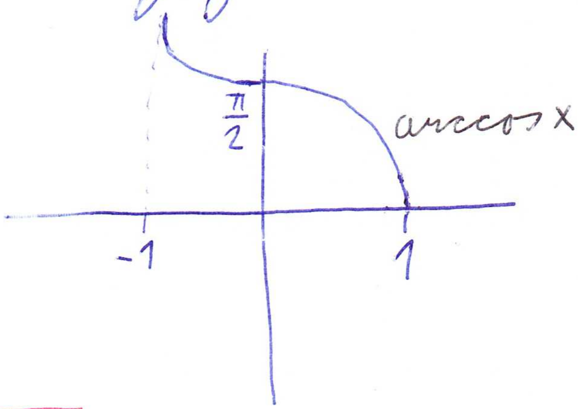
$H_f = \langle -1, 1 \rangle$

2) INVERZNÍ FUNKCE PROHAZUJE DEFINIČNÍ OBOR S OBOREM HODNOT

$D_f = \langle -1, 1 \rangle$

$H_f = \mathbb{R}$

$\cos x$ je osově souměrná (podle osy y)

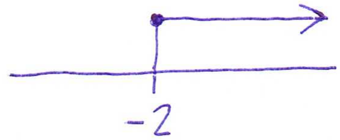


pro $\sqrt{x+2}$:

PODMÍNKA PRO D_f: $x+2 \boxed{\geq} 0$ PRO ODMOCNINU

$$x + 2 \geq 0 \quad / -2$$

$$x \geq -2$$



$x \in \langle -2, +\infty)$

PODMÍNKA PRO Df: $\frac{x+3}{2} \geq -1$

$\frac{x+3}{2} \leq 1$

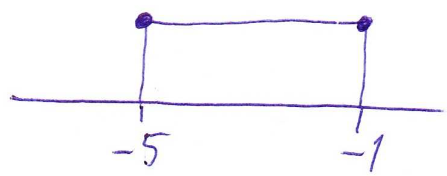
PROTOŽE $Df = \langle -1, 1 \rangle$

$$\frac{x+3}{2} \geq -1 \quad /\cdot 2 \qquad\qquad \frac{x+3}{2} \leq 1 \quad /\cdot 2$$

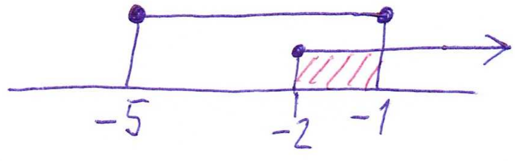
$$x+3 \geq -2 \quad /-3 \qquad\qquad x+3 \leq 2 \quad /-3$$

$$\underline{x \geq -5} \qquad\qquad \underline{x \leq -1}$$

$$x \in \langle -5, -1 \rangle$$



SPOJENÍ PODLE DVOU POLOVÝSLEDKŮ:



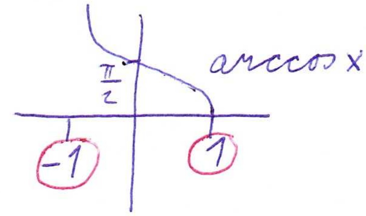
$$\underline{\underline{K \in \langle -2, -1 \rangle}}$$

$$\boxed{\arccos\frac{x+3}{2}+\sqrt{x-2}}$$

① PODMÍNKA PRO Df: $\frac{x+3}{2} \geq -1$

$\frac{x+3}{2} \leq 1$

PROTOŽE



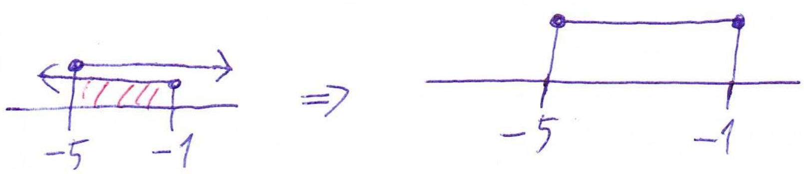
② PODMÍNKA PRO Df: $x-2 \boxed{\geq} 0$ PRO ODMOCNINU

①

$$\frac{x+3}{2} \geq -1 \quad /\cdot 2 \qquad\qquad \frac{x+3}{2} \leq 1 \quad /\cdot 2$$

$$x+3 \geq -2 \quad /-3 \qquad\qquad x+3 \leq 2 \quad /-3$$

$$\underline{x \geq -5} \qquad\qquad \underline{x \leq -1}$$

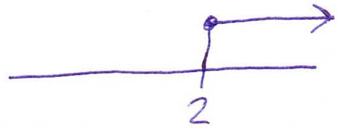


$x \in \langle -5, -1 \rangle$

②

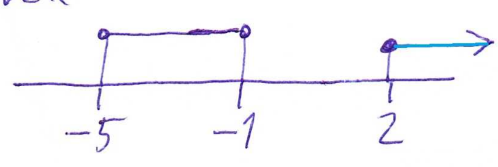
$$x-2 \geq 0 \quad /+2$$

$$x \geq 2$$



$x \in \langle 2, +\infty)$

③ VÝSLEDEK:

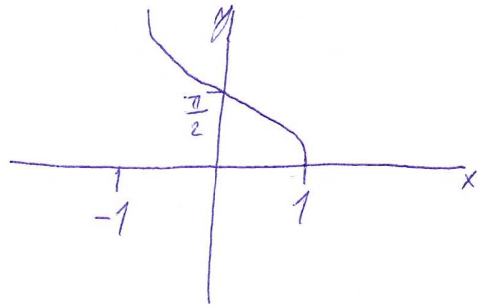


(NENAJDU ŽÁDNÉ x PRO NĚJŽ BY BYLA FCE DEFINOVANÁ)

(neprotnou se)

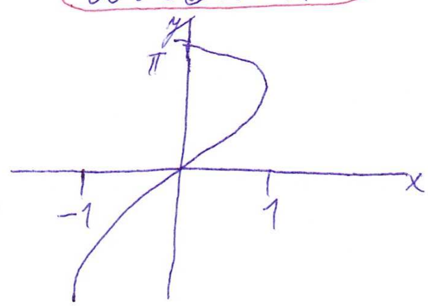
FCE NENÍ DEFINOVÁNA

arccos x



$D_f = \langle -1, 1 \rangle$

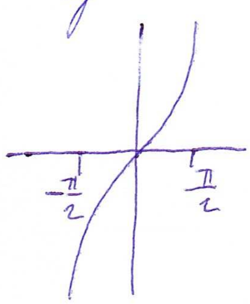
arcsin x

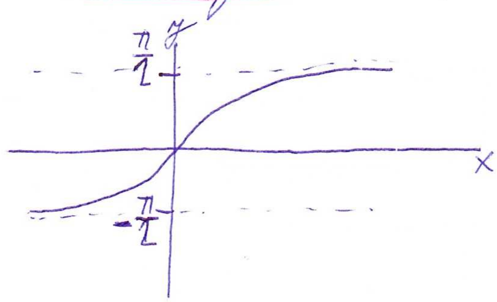


$D_f = \langle -1, 1 \rangle$

arctg x

tg

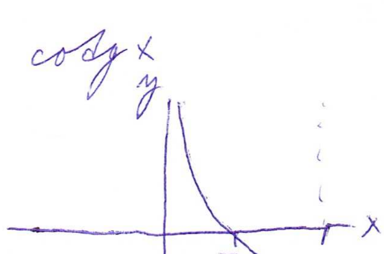


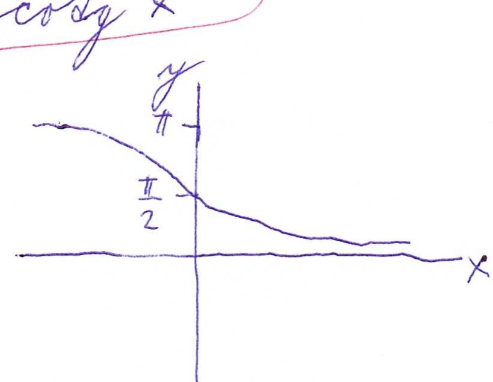


$D_f = R$

arccotg x

cotg x





$D_f = R$

$$\boxed{y = \frac{x}{1+x}}$$

GRAF ?

a) CO JE TO ZA FUNKCI?

b) CO JE JEJÍM GRAFE?

a) LOMENNÁ FCE

b) HYPERBOLA

ROZTRHNUTÍ ZLOMKU

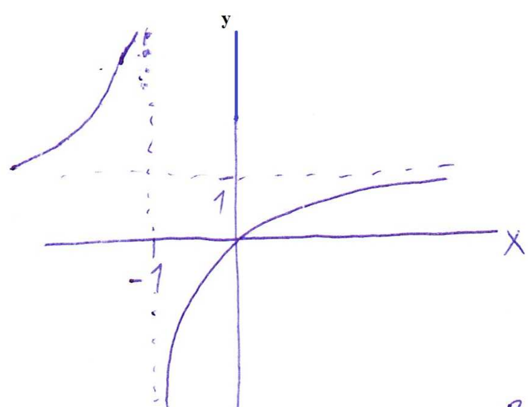
$$\frac{x+1-1}{1+x} = \frac{x+1}{1+x} - \frac{1}{1+x} = 1 - \frac{1}{1+x}$$

NEBO VYDĚLIT

$x : (1+x) = x : (x+1)$ SEŘADIM POLYNOMY

$$x : (x+1) = 1 - \frac{1}{x+1}$$

$$\frac{-(x+1)}{-1}$$



$P_x = ?\ y = 0$

$0 = 1 - \frac{1}{x+1}$ $/-1$

$-1 = -\frac{1}{x+1}$ $/\cdot(-1)$

$1 = \frac{1}{x+1}$ $/\cdot(x+1)$

$(x+1) = 1$

$x+1 = 1$ $/-1$

$x = 0$ $\quad P_x[0;0]$

$P_y = ?\ x = 0$

$y = 1 - \frac{1}{x+1}$

$y = 1 - \frac{1}{0+1}$

$y = 0$ $\quad P_y[0;0]$

$Df = R \setminus \{-1\}$

$Hf = R \setminus \{1\}$

OSTŘE ROSTOUCÍ $(-\infty, -1)$

$(-1, +\infty)$

OMEZENÁ ČÁSTEČNĚ

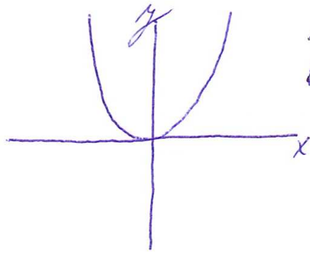
NENÍ OMEZENÁ

$(-\infty, -1)$ ZE ZDOLA

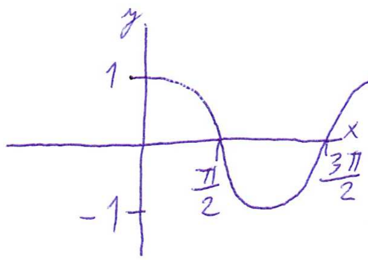
$(-1, +\infty)$ ZE ZHORA

SUDÁ FCE $\quad f(-x) = f(x)$

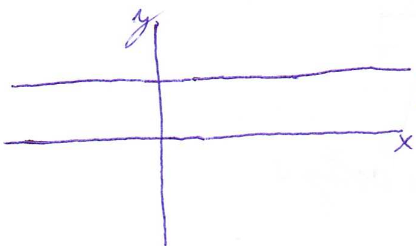
- OSOVĚ SOUMĚRNÁ PODLE OSY Y



$y = x^2$



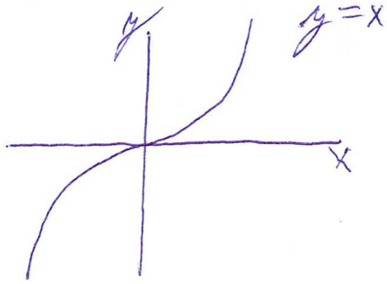
$y = \cos x$

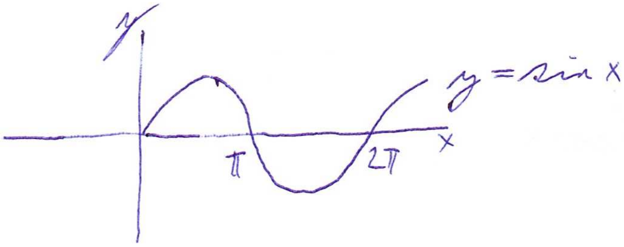


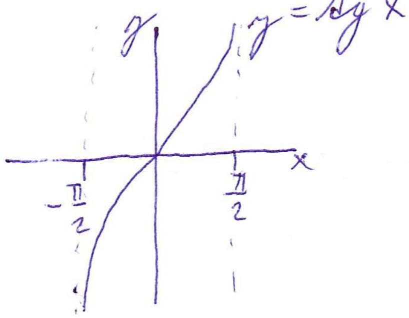
$y = 1$ (KONSTANTNÍ FCE)

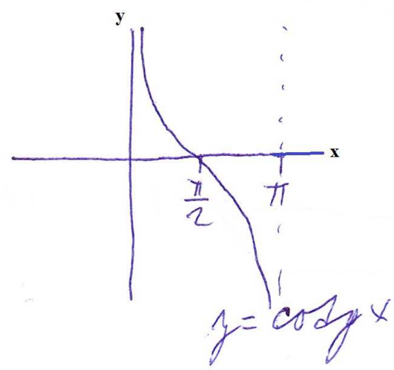
LICHÁ FCE $f(-x) = -f(x)$

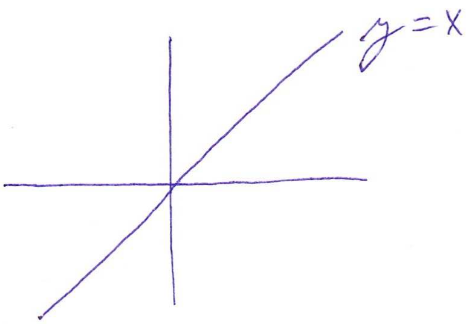
- STŘEDOVĚ SOUMĚRNÁ



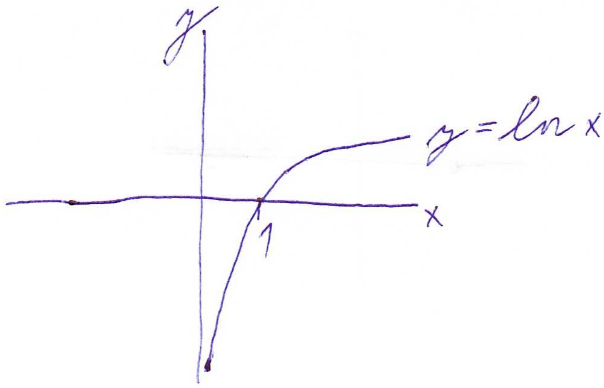


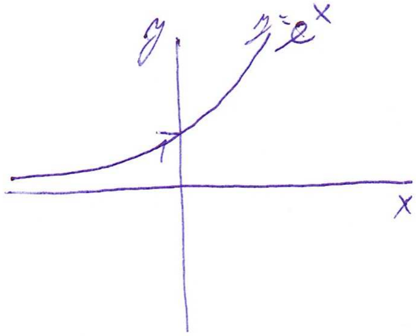


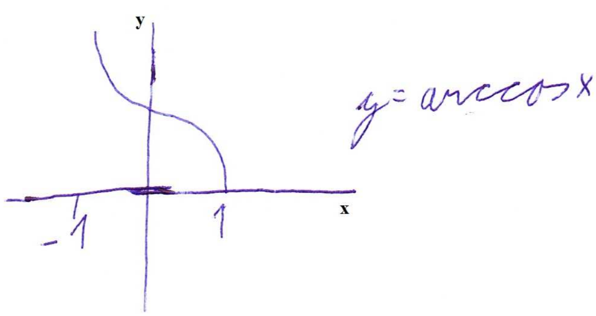


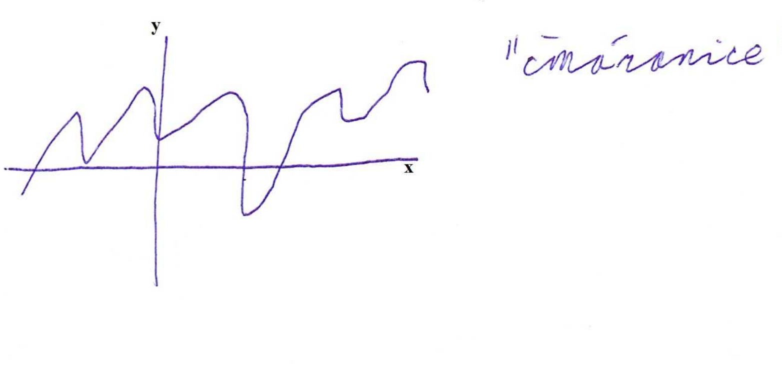


ANI SUDÁ ANI LICHÁ

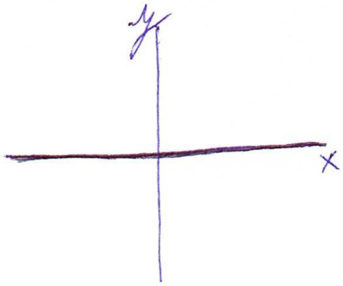




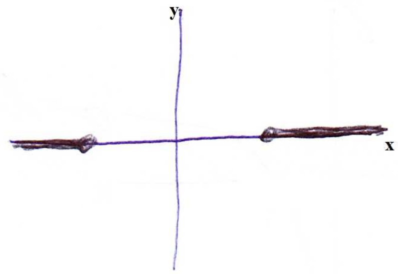




SUDÁ I LICHÁ FCE



$y = 0$



$$\boxed{f(x) = \frac{\sin x - x\cos x}{x^2}}$$

ZJISTI ZDA JDE O FUNKCI LICHOU, SUDOU NEBO ANI JEDNO,..

$$f(x) = \frac{\sin x - x\cos x}{x^2}$$

$$f(-x) = \frac{\overbrace{\sin(-x)}^{\text{lichá fce}} - (-x)\overbrace{\cos(-x)}^{\text{sudá fce}}}{(-x)^2} =$$

DÁME SEM VŽDY MÍNUS !

$$= \frac{\overbrace{-\sin x}^{\text{protože BYLA LICHÁ FCE}} \overbrace{+x}^{\text{MÍNUS A MÍNUS DAL PLUS}} \cdot \overbrace{\cos x}^{\text{PROTOŽE JE SUDÁ FCE}}}{x^2} =$$

$$= (-1)\,\frac{\sin x - x\cos x}{x^2} =$$

$$= \underline{-f(x)}$$ LICHÁ FCE