

SLOŽENÉ FCE

$$f(x) = \frac{1-x}{1+x}$$

FUNKČNÍ HODNOTA V NULE ?

$$f(0) = \frac{1-0}{1+0} = \frac{1}{1} = \underline{\underline{1}}$$

FUNKČNÍ HODNOTA V -5 ?

$$f(-5) = \frac{1-(-5)}{1+(-5)} = \frac{6}{-4} = -\frac{6}{4} = -\frac{3}{2}$$

FUNKČNÍ HODNOTA V $\frac{1}{2}$?

$$f\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{1-\frac{1}{2}}{1+\frac{1}{2}} = \frac{\frac{1}{2}}{\frac{3}{2}} = \frac{1}{2} \cdot \frac{2}{3} = \frac{2}{6} = \underline{\underline{\frac{1}{3}}}$$

FUNKČNÍ HODNOTA
V y

$$f(y) = \frac{1-y}{1+y}$$

FUNKČNÍ HODNOTA V $-x$?

$$f(-x) = \frac{1-(-x)}{1+(-x)} = \frac{1+x}{1-x}$$

FUNKČNÍ HODNOTA V $x+1$?

$$f(x+1) = \frac{1-(x+1)}{1+(x+1)} = \frac{1-x-1}{1+x+1} = \frac{-x}{x+2}$$

FUNKČNÍ HODNOTA V x PLUS 1 ?

$$\begin{aligned} f(x)+1 &= \frac{1-x}{1+x} + \frac{1}{1} = \frac{(1-x)+(1+x)}{1+x} = \\ &= \frac{1-x+1+x}{1+x} = \underline{\underline{\frac{2}{1+x}}} \end{aligned}$$

POSUN
PO OSE X
DO LEVA

FUNKCE
POSUNUTÁ
O 1 JEDN
NAHORU

FUNKČNÍ HODNOTA V $\frac{1}{x}$?

$$\begin{aligned}
 f\left(\frac{1}{x}\right) &= \frac{1 - \frac{1}{x}}{1 + \frac{1}{x}} = \frac{\frac{1}{1} - \frac{1}{x}}{\frac{1}{1} + \frac{1}{x}} = \\
 &= \frac{\frac{x-1}{x}}{\frac{x+1}{x}} = \frac{x-1}{x} \cdot \frac{x}{x+1} = \\
 &= \frac{x^2 - x}{x^2 + x} = \frac{x(x-1)}{x(x+1)} = \underline{\underline{\frac{x-1}{x+1}}}
 \end{aligned}$$

1 LOMENO FUNKČNÍ HODNOTA x ?

$$\frac{1}{f(x)} = \frac{1}{\frac{1-x}{1+x}} = \frac{1}{1} \cdot \frac{1+x}{1-x} = \underline{\underline{\frac{1+x}{1-x}}}$$

FUNKČNÍ HODNOTA
V x MÍNUS FUNKČNÍ
HODNOTA V h .

$$\frac{f(x) - f(h)}{x - h}$$

SPOČÍTEJ HODNOTU TOHOTO VÝRAZU
PRO FUNKCI $f(x) = 4x$.

$$f(x) = 4x$$

POZNÁMKA:

JAKÁ JE FUNKČNÍ HODNOTA V 1?

$$f(1) = 4 \cdot 1 = 4$$

JAKÁ JE FUNKČNÍ HODNOTA V 2?

$$f(2) = 4 \cdot 2 = 8$$

JAKÁ JE FUNKČNÍ HODNOTA V $\frac{\pi}{2}$?

$$f\left(\frac{\pi}{2}\right) = 4 \cdot \frac{\pi}{2} = 2\pi$$

JAKÁ JE FUNKČNÍ HODNOTA V $\sqrt{2}$?

$$f(\sqrt{2}) = 4 \cdot \sqrt{2} = 4\sqrt{2}$$

JAKÁ BUDE FUNKČNÍ HODNOTA V h ?

$$f(h) = 4 \cdot h = 4h$$

JAKÁ BUDE FUNKČNÍ HODNOTA $x \neq x$?

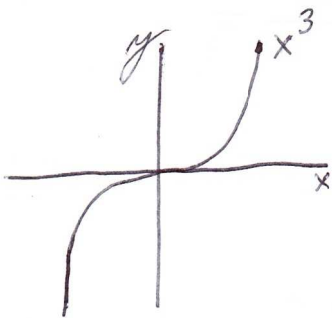
$$f(x) = 4 \cdot x = 4x \quad \text{ZA } x \text{ JSEM DOSADIL } x$$

$$\frac{f(x) - f(h)}{x - h} = \frac{4x - 4h}{x - h} = \frac{4(x-h)}{(x-h)} = 4$$

$x-h$ NESMÍ BÝT 0,
PROTO MUSÍ BÝT $x \neq h$

MAĚME STEJNÝ VÝRAZ

$$\frac{f(x) - f(h)}{x - h}$$



$$f(x) = x^3 \quad (\text{FUNKCE KUBICKÁ})$$

$$\begin{aligned} \frac{f(x) - f(h)}{x - h} &= \frac{x^3 - h^3}{x - h} = \frac{(x-h)(x^2 + x \cdot h + h^2)}{x-h} \\ &= \underline{\underline{x^2 + xh + h^2}} \quad \underline{x \neq h} \end{aligned}$$

VÝRAZ:

$$\frac{f(x+h) - f(x)}{h}$$

$$f(x) = 4x$$

PŘEDSTAVA
POZN: $(x+h)$
 $f(x) = 4x \Rightarrow$
 $\Rightarrow 4(x+h)$ \uparrow
OBSAHUJE
 $(x+h)$

$$\frac{4(x+h) - 4x}{h} = \frac{4x + 4h - 4x}{h} = \frac{4h}{h} = \underline{\underline{4}} \quad \underline{\underline{h \neq 0}}$$

$$f(x) = 3x + 5$$

$$\frac{3(x+h) + 5 - (3x + 5)}{h} = \frac{3x + 3h + 5 - 3x - 5}{h} =$$
$$= \frac{3h}{h} = \underline{\underline{3}} \quad \underline{\underline{h \neq 0}}$$

$$f(x) = x^2$$

$$\frac{(x+h)^2 - x^2}{h} = \frac{x^2 + 2xh + h^2 - x^2}{h} = \frac{2xh + h^2}{h} =$$
$$= \frac{h(2x+h)}{h} = \underline{\underline{2x+h}} \quad \underline{\underline{h \neq 0}}$$

SLOŽENÉ FUNKCE - FUNKCE SLOŽENÁ Z NĚJAKÝCH JINÝCH FUNKCÍ

MAĚME NĚJAKÉ DVĚ FUNKCE:

$$y = f(x)$$
$$y = g(x)$$

$$f(g(x)) = f \circ g$$

↑
VNĚJŠÍ FCE.

↑
VNITŘNÍ FCE.

MŮŽEME FCE SLOŽIT I JINAK:

$$g(f(x)) = g \circ f$$

↑
VNĚJŠÍ FCE

↑
VNITŘNÍ FCE

SLOŽENÍ FCE SAMA SE SEBOU:

$$f(f(x)) = f \circ f$$

$$g(g(x)) = g \circ g$$

NĚKDY SE ZNACÍ:

$$\left. \begin{array}{l} z = f(y) \\ y = g(x) \end{array} \right\} \begin{array}{l} \text{FUNKCI} \\ \text{SKLÁDÁM} \end{array} z = f(g(x))$$

U VNĚJŠÍ FCE
MĚNÍM ARGUMENT
PROMĚNOU
(místo y
dám z)

PŘÍKLAD:

MÁME DVĚ FUNKCE

$$f: y = x^2$$

$$g: y = x + 1$$

VYTVORĚ VŠECHNY SLOŽENINY FUNKCÍ:

$$f(g(x)) = (x+1)^2$$

$$g(f(x)) = x^2 + 1$$

$$f(f(x)) = (x^2)^2 = x^4$$

$$g(g(x)) = (x+1) + 1 = x + 2$$

MÁME VNĚJŠÍ FCI A DO NI VLOŽÍM VNITŘNÍ

$$f: y = x^2$$

$$g: y = \sin x$$

$$(\sin x)^2 = \sin^2 x$$

$$\sin x^2$$

$$(x^2)^2 = x^4$$

$$\sin(\sin x)$$

$$f: y = x^2$$

$$g: y = 2^x$$

$$(2^x)^2 = 2^{2x}$$

$$2^{x^2}$$

$$(x^2)^2 = x^4$$

$$2^{2^x}$$

$$f: y = 2x + 3$$

$$g: y = \frac{1}{x}$$

$$\frac{2}{x} + 3$$

$$\frac{1}{2x+3}$$

$$2(2x+3)+3 = 4x+9$$

$$\frac{1}{\frac{1}{x}} = \frac{1}{1} \cdot \frac{x}{1} = \frac{x}{1} = x$$

$$f: y = \sqrt{x}$$

$$g: y = \ln(x+1)$$

$$\sqrt{\ln(x+1)}$$

$$\ln(\sqrt{x} + 1)$$

$$\sqrt{\sqrt{x}} = (x^{\frac{1}{2}})^{\frac{1}{2}} = \sqrt[4]{x}$$

$$\ln(\ln(x+1) + 1)$$

$$f(g(x)) =$$

$$g(f(x)) =$$

$$f(f(x)) =$$

$$g(g(x)) =$$

$$f(g(x)) =$$

$$g(f(x)) =$$

$$f(f(x)) =$$

$$g(g(x)) =$$

ROZLOŽIT SLOŽENÉ FCE:

$$Z = \sqrt{\sin x}$$

VNĚJŠÍ: $z = \sqrt{y}$

VNITŘNÍ: $y = \sin x$

$$Z = \sin\left(x - \frac{\pi}{4}\right)$$

VNĚJŠÍ: $z = \sin(y)$

VNITŘNÍ: $y = x - \frac{\pi}{4}$

$$Z = (\cos x)^2 = \cos^2 x$$

LZE JINAK ZAPSAT

VNĚJŠÍ: $z = y^2$

VNITŘNÍ: $y = \cos x$

$$Z = \cos x^2$$

VNĚJŠÍ: $z = \cos y$

VNITŘNÍ: $y = x^2$

$$Z = (2x+5)^3$$

VNĚJŠÍ: $z = y^3$

VNITŘNÍ: $y = 2x+5$

$$Z = e^{x^3}$$

VNĚJŠÍ: $z = e^y$

VNITŘNÍ: $y = x^3$

$$Z = (e^x)^3$$

VNĚJŠÍ: $z = y^3$

VNITŘNÍ: $y = e^x$

$$Z = e^x + 3$$

VNĚJŠÍ: $z = y + 3$

VNITŘNÍ: $y = e^x$

$$Z = e^{x+3}$$

VNĚJŠÍ: $z = e^y$

VNITŘNÍ: $y = x+3$

$$z = \ln \left(\frac{1}{\sqrt{\sin e^{x^2+3}}} \right)$$

FUNKCE KTERÁ JE NEJVÍC VNĚ (VENKU):

$$z = \ln y$$

$$y = \frac{1}{a}$$

$$a = \sqrt{b}$$

$$b = \sin c$$

$$c = e^d$$

$$d = x^2 + 3$$

NEJVÍC UVNITŘ (ŠLO BY JEŠTĚ
DÁL DO UVNITŘ, NÁM
STAČÍ)

$$z = \frac{1}{e^{\arcsin \sqrt{1 - \cos^2(2x)}}} = \frac{1}{e^{\arcsin \sqrt{1 - (\cos(2x))^2}}}$$

$$z = \frac{1}{y}$$

$$y = e^a$$

$$a = \arcsin b$$

$$b = c^e$$

$$c = 1 - d$$

$$d = f^2$$

$$f = \cos g$$

$$g = 2x$$

MILAN MRÓCZKOWSKI
SATA150@GMAIL.COM
YESIT.CZ