HODNOST MATICE

: POČET JEJICH LINEÁRNĚ NEZÁVISLÝCH ŘÁDKŮ *a

(SCHODOVITÁ MATICE)

(PŘIČÍTAT NÁSOBEK JEDNOHO ŘÁDKU K ŘÁDKU JINÉMU)

(PROHAZUJI ŘÁDKY)

(NÁSOBÍME ŘÁDKY) (ne 0)

(NULOVÝ VEKTOR NESKRTÁM)

(NEŽ DĚLENO, POMŮŽU SI NAPŘ.: KRÁT $\frac{1}{4}$)

(HODNOST LZE SPOČÍTAT I PŘES SLOUPCE)

: POČET NENULOVÝCH ŘÁDKŮ V MATICI, KTERÁ JE UPRAVENÁ VE TVARU, KTERÁ JE BLÍZKÁ MATICI JEDNOTKOVÉ *b

- URČIT HODNOST MATICE LZE I U NEČTVERCOVÉ MATICE
- JE ČÍSLO KTERÉ SE PŘIŘAZUJE MATICI

INVERZNÍ MATICE

: LZE POČÍTAT POUZE U MATICE ČTVERCOVÉ

(PROHAZUJI ŘÁDKY)

(NÁSOBÍME ŘÁDKY) (ne 0)

(PŘIČÍTAT NÁSOBEK JEDNOHO ŘÁDKU K ŘÁDKU JINÉMU)

(NULOVÝ ŘÁDEK NESKRTÁM)

- POKUD MATICE NEMÁ INVERZNÍ MATICI ⇒ SINGULÁRNÍ MATICE
  ŘÁDKY LINEÁRNĚ ZÁVISLÉ
- POKUD MATICE MÁ INVERZNÍ MATICI ⇒ REGULÁRNÍ MATICE
  ŘÁDKY LINEÁRNĚ NEZÁVISLÉ

$$M \cdot M^{-1} = I$$

$$M^{-1} \cdot M = I$$

$$(M|I) \Rightarrow (I|M^{-1})$$

$$\left(\begin{array}{c} 2 \cdot \frac{1}{2} = 1 \\ M \cdot M^{-1} = I \end{array} \right)$$

INVERZNÍ JEDNOTKOVÁ

JAK PROVÁDÍME SČÍTÁNÍ, ODČÍTÁNÍ A NÁSOBENÍ MATIC?
PO SLOŽKÁCH

Milan Mroczkowski
sata150@gmail.com
http://yesit.cz

SČÍTÁNÍ, ODČÍTÁNÍ, NÁSOBENÍ
INVERZNÍ MATICE (MÍSTO DĚLENÍ)

$$\begin{pmatrix} 1 & -8 & 5 \\ 0 & 3 & -10 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 5 & 0 & 3 \\ 11 & -1 & 7 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 6 & -8 & 8 \\ 11 & 2 & -3 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 5 & 0 & 3 \\ 11 & -1 & 7 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1 & -8 & 5 \\ 0 & 3 & -10 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 6 & -8 & 8 \\ 11 & 2 & -3 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 5 & 2 \\ 4 & 6 \\ 8 & 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1 & -8 \\ 0 & 3 \end{pmatrix}$$ = <u>NENÍ DEFINOVÁNO</u>, MAJÍ RŮZNÉ DIMENZE 3×2 a 2×2 $\Rightarrow$ SČÍTÁNÍ A ODČÍTÁNÍ NEJDE

$$\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 3 & 2 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} -2 & 3 \\ 0 & 5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & -2 \\ 3 & -3 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 3 & 2 \end{pmatrix} + (-1)\begin{pmatrix} -2 & 3 \\ 0 & 5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & -2 \\ 3 & -3 \end{pmatrix}$$

$$-6\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -6 & -12 \\ -18 & -24 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 3 & 2 & 1 \\ 5 & 1 & 0 \end{pmatrix} - 5\begin{pmatrix} 3 & 0 & -2 \\ 1 & -1 & 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 & 2 & 1 \\ 5 & 1 & 0 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 15 & 0 & -10 \\ 5 & -5 & 10 \end{pmatrix} =$$
$$= \begin{pmatrix} -12 & 2 & 11 \\ 0 & 6 & -10 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 0 & -2 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1\cdot 2+3\cdot 0, & 1\cdot(-1)+3\cdot 1 \\ 0\cdot 2+(-2)\cdot 0, & 0\cdot(-1)+(-2)\cdot 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & 2 \\ 0 & -2 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 0 & -2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2\cdot 1+(-1)\cdot 0, & 2\cdot 3+(-1)\cdot(-2) \\ 0\cdot 1+1\cdot 0, & 0\cdot 3+1\cdot(-2) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & 8 \\ 0 & -2 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 1 & -1 & 2 \\ 2 & 0 & 4 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 2 & 3 & 1 \\ 1 & 9 & 7 \\ -1 & 0 & 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 & -6 & -2 \\ 0 & 6 & 10 \end{pmatrix}$$

DIMENZE: 2×3 $\quad 3 \times 3 \quad$ 2×3

řádek sloupec řádek sloupec

$$2 \times \boxed{\cancel{3 \quad 3}} \times 3$$

$$2 \times 3$$

NOVÁ MATICE BUDE MÍT 2 ŘÁDKY A 3 SLOUPCE

$$\begin{pmatrix} 1 & -1 & 2 \\ 2 & 0 & 4 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 4 & 5 & 6 \end{pmatrix} = \text{NENÍ DEFINOVÁNO}$$

$$2 \times \boxed{3 \quad\quad 2} \times 3$$

NENÍ SHODA,
NELZE NÁSOBIT MATICE

"není shoda čísel v mém obdélníku"

$$\begin{pmatrix} 2 & 3 & 1 \\ 1 & 9 & 7 \\ -1 & 0 & 2 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & -1 & 2 \\ 2 & 0 & 4 \end{pmatrix} = \text{NENÍ DEFINOVÁNO}$$

$$3 \times \boxed{3 \quad\quad 2} \times 3$$

NENÍ SHODA,
NELZE NÁSOBIT MATICE

$$\boxed{3A + \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix} = 5A - 2\begin{pmatrix} 3 \\ 0 \end{pmatrix}}$$

$$3A + \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix} = 5A - \begin{pmatrix} 6 \\ 0 \end{pmatrix} \qquad / -5A$$

$$3A - 5A + \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix} = -\begin{pmatrix} 6 \\ 0 \end{pmatrix} \qquad / -\begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$-2A = -\begin{pmatrix} 6 \\ 0 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$-2A = -\begin{pmatrix} 8 \\ 1 \end{pmatrix} \qquad / \cdot (-1)$$

$$2A = \begin{pmatrix} 8 \\ 1 \end{pmatrix} \qquad / \cdot \frac{1}{2}$$

$$\underline{\underline{A = \begin{pmatrix} 4 \\ \frac{1}{2} \end{pmatrix}}}$$

Jak vypadá matice M?

$$\boxed{M \cdot \begin{pmatrix} 3 & -5 \\ -1 & 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 0 \end{pmatrix}}$$

$$\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 3 & -5 \\ -1 & 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 0 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 3a - b ; & -5a + 2b \\ 3c - d ; & -5c + 2d \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 0 \end{pmatrix}$$

$$3a - b = 1$$
$$-5a + 2b = -1$$

rozdělím si

$$3c - d = 2$$
$$-5c + 2d = 0$$

$$3a - b = 1 \quad / \cdot 2$$
$$-5a + 2b = -1$$

$$6a - 2b = 2$$
$$-5a + 2b = -1 \quad / +$$

$$a = 1$$

$$3 \cdot 1 - b = 1$$
$$3 - b = 1 \quad / -3$$
$$-b = -2 \quad / \cdot (-1)$$
$$b = 2$$

$$3c - d = 2 \quad / \cdot 2$$
$$-5c + 2d = 0$$

$$6c - 2d = 4$$
$$-5c + 2d = 0 \quad / +$$

$$c = 4$$

$$3 \cdot 4 - d = 2$$
$$12 - d = 2 \quad / -12$$
$$-d = -10 \quad / \cdot (-1)$$
$$d = 10$$

Výsledek:

MATICE M

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 4 & 10 \end{pmatrix}$$

NAJDI INVERZNÍ MATICI K TÉTO MATICI:

$$\begin{pmatrix} 1 & -2 & 2 \\ 2 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$\left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & -2 & 2 & 1 & 0 & 0 \\ 2 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right)\begin{array}{l} \cdot(-2) \\ \\ \\ \end{array} \sim \left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & -2 & 2 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 5 & -3 & -2 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right)\begin{array}{l} \cdot(-1) \\ \\ \\ \end{array} \sim$$

$$\sim \left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & -2 & 2 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 5 & -3 & -2 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & -1 & -1 & 0 & 1 \end{array}\right)\begin{array}{l} \\ \cdot 2 \\ \cdot(-5) \end{array} \sim \left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & -2 & 2 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 10 & -6 & -4 & 2 & 0 \\ 0 & -10 & 5 & 5 & 0 & -5 \end{array}\right)\begin{array}{l} \\ \cdot 1 \\ \\ \end{array} \sim$$

$$\sim \left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & -2 & 2 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 10 & -6 & -4 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 1 & 2 & -5 \end{array}\right)\begin{array}{l} \\ \\ \cdot 2 \end{array} \sim \left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & -2 & 0 & 3 & 4 & -10 \\ 0 & 10 & -6 & -4 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 1 & 2 & -5 \end{array}\right)\begin{array}{l} \\ \\ \cdot(-6) \end{array} \sim$$

$$\sim \left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & -2 & 0 & 3 & 4 & -10 \\ 0 & 10 & 0 & -10 & -10 & 30 \\ 0 & 0 & -1 & 1 & 2 & -5 \end{array}\right)\begin{array}{l} \\ \cdot \frac{1}{10} \\ \\ \end{array} \sim \left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & -2 & 0 & 3 & 4 & -10 \\ 0 & 1 & 0 & -1 & -1 & 3 \\ 0 & 0 & -1 & 1 & 2 & -5 \end{array}\right)\begin{array}{l} \\ \cdot 2 \\ \\ \end{array} \sim$$

$$\sim \left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 0 & 0 & 1 & 2 & -4 \\ 0 & 1 & 0 & -1 & -1 & 3 \\ 0 & 0 & -1 & 1 & 2 & -5 \end{array}\right)\begin{array}{l} \\ \\ \cdot(-1) \end{array} \sim \underline{\underline{\left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 0 & 0 & 1 & 2 & -4 \\ 0 & 1 & 0 & -1 & -1 & 3 \\ 0 & 0 & 1 & -1 & -2 & 5 \end{array}\right)}}$$

KONTROLA

$$\begin{pmatrix} 1 & -2 & 2 \\ 2 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix} \cdot \underbrace{\begin{pmatrix} 1 & 2 & -4 \\ -1 & -1 & 3 \\ -1 & -2 & 5 \end{pmatrix}}_{\text{INVERZNÍ MATICE}} = \underbrace{\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}}_{\text{JEDNOTKOVÁ}}$$

$$B = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ -2 & -3 & 0 \\ 1 & 2 & -1 \end{pmatrix} \qquad B^{-1} = ?$$

$$\left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ -2 & -3 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 2 & -1 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right)^{\cdot 2} \sim \left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 2 & 2 & 1 & 0 \\ 1 & 2 & -1 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right)^{\cdot(-1)} \sim$$

$$\sim \left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 2 & 2 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & -2 & -1 & 0 & 1 \end{array}\right)^{\cdot 1} \sim \left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 2 & 2 & 1 & 0 \\ \boxed{0} & \boxed{0} & \boxed{0} & 1 & 1 & 1 \end{array}\right)$$

NEMÁ INVERZNÍ MATICI, PROTO MATICI B SE ŘÍKÁ SINGULÁRNÍ MATICE

HODNOST MATICE

b)

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & 2 & 2 \\ 3 & 3 & 3 \end{pmatrix} \cdot(-2) \sim \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 3 & 3 & 3 \end{pmatrix} \cdot(-3) \sim \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$h(A) = 1$

Hodnost matice A je 1.

a)

KDYBYCHOM PRVNÍ ŘÁDEK (VEKTOR) VYNÁSOBILI JEDNIČKOU, DRUHÝ ŘÁDEK TAKÉ JEDNIČKOU

$$1\cdot(1,1,1) + 1(2\ 2\ 2) - 1(3\ 3\ 3) =$$

$$= \text{NULOVÝ VEKTOR } (0\ 0\ 0)$$

$$\begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \\ 2 & -1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 2 & -1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix} \cdot(-1) \sim \begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 0 & -2 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix} \cdot(-2) \sim \begin{pmatrix} 0 & -1 & -1 \\ 0 & -2 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix} \sim$$

$$\sim \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & -1 & -1 \\ 1 & 0 & 1 \\ 0 & -2 & 0 \end{pmatrix} \cdot(-1) \sim \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & -1 & -1 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & -2 & 0 \end{pmatrix} \cdot(-2) \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & -1 & -1 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \cdot(-1) \sim \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & -1 & -1 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \cdot(-1) \sim$$

$$\sim \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \qquad \underline{\underline{h(A) = 3}}$$

"4 ŘÁDKY" — "1 NULOVÝ VEKTOR" = HODNOST MATICE A = $\underline{\underline{3}}$"

SNAŽÍM SE ZÍSKAT V PRVNÍM SLOUPCI ZE SHORA NULY, PAK V DRUHÉM SLOUPCI ZE ZHORA NULY, ATD.

NA 1. ŘÁDEK A PRVNÍ SLOUPEC SE SNAŽÍM DOSTAT JEDNIČKU

JINÝ POSTUP, STEJNÝ VÝSLEDEK:

$$\begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \\ 2 & -1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \\ 2 & 1 & 1 \\ 2 & -1 & 1 \end{pmatrix} \cdot(-1) \sim \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & -1 & 0 \\ 2 & 1 & 1 \\ 2 & -1 & 1 \end{pmatrix} \cdot(-2) \sim \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & -1 & -1 \\ 2 & -1 & 1 \end{pmatrix} \cdot(-2) \sim$$

$$\sim \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & -1 & -1 \\ 0 & -3 & -1 \end{pmatrix} \cdot(-1) \sim \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \\ 0 & -3 & -1 \end{pmatrix} \cdot(-3) \sim \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix} \cdot(-1) \sim$$

$$\sim \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \cdot 1 \sim \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & -1 & -1 \\ 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{matrix} \\ \cdot(-1) \\ \cdot(-1) \\ \\ \end{matrix} \sim \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

DŮKAZ ROVNOSTI

$$h(A) = 3$$

MATICE 5x4, URČI JEJÍ HODNOST:

$$\begin{pmatrix} 1 & -1 & 4 & 3 \\ 3 & 1 & -1 & 1 \\ 5 & 1 & 2 & 5 \\ 2 & 0 & 3 & 4 \\ 1 & -1 & 7 & 7 \end{pmatrix} \cdot(-3) \sim \begin{pmatrix} 1 & -1 & 4 & 3 \\ 0 & 4 & -13 & -8 \\ 5 & 1 & 2 & 5 \\ 2 & 0 & 3 & 4 \\ 1 & -1 & 7 & 7 \end{pmatrix} \cdot(-5) \sim \begin{pmatrix} 1 & -1 & 4 & 3 \\ 0 & 4 & -13 & -8 \\ 0 & 6 & -18 & -10 \\ 2 & 0 & 3 & 4 \\ 1 & -1 & 7 & 7 \end{pmatrix} \cdot(-2) \sim$$

$$\sim \begin{pmatrix} 1 & -1 & 4 & 3 \\ 0 & 4 & -13 & -8 \\ 0 & 6 & -18 & -10 \\ 0 & 2 & -5 & -2 \\ 1 & -1 & 7 & 7 \end{pmatrix} \cdot(-1) \sim \begin{pmatrix} 1 & -1 & 4 & 3 \\ 0 & 4 & -13 & -8 \\ 0 & 6 & -18 & -10 \\ 0 & 2 & -5 & -2 \\ 0 & 0 & 3 & 4 \end{pmatrix} \cdot(-3) \sim \begin{pmatrix} 1 & -1 & 4 & 3 \\ 0 & 4 & -13 & -8 \\ 0 & 0 & -3 & -4 \\ 0 & 2 & -5 & -2 \\ 0 & 0 & 3 & 4 \end{pmatrix} \cdot(-2) \sim$$

$$\sim \begin{pmatrix} 1 & -1 & 4 & 3 \\ 0 & 0 & -3 & -4 \\ 0 & 0 & -3 & -4 \\ 0 & 2 & -5 & -2 \\ 0 & 0 & 3 & 4 \end{pmatrix} \cdot 1 \sim \begin{pmatrix} 1 & -1 & 4 & 3 \\ 0 & 0 & -3 & -4 \\ 0 & 0 & -3 & -4 \\ 0 & 2 & -5 & -2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \cdot(-1) \sim \begin{pmatrix} 1 & -1 & 4 & 3 \\ 0 & 0 & -3 & -4 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & -5 & -2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \sim$$

$$\sim \begin{pmatrix} 1 & -1 & 4 & 3 \\ 0 & 2 & -5 & -2 \\ 0 & 0 & -3 & -4 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \cdot\left(\tfrac{1}{2}\right) \sim \begin{pmatrix} 1 & -1 & 4 & 3 \\ 0 & 1 & -\frac{5}{2} & -1 \\ 0 & 0 & -3 & -4 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \cdot\left(-\tfrac{1}{3}\right) \sim \begin{pmatrix} 1 & -1 & 4 & 3 \\ 0 & 1 & -\frac{5}{2} & -1 \\ 0 & 0 & 1 & \frac{4}{3} \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$\underline{\underline{h(A) = 3}}$$

SKONČILI JSME POČÍTAT V OKAMŽIKU, KDYŽ NA DIAGONÁLE JSOU JEDNIČKY A POD NÍ SAMÉ NULY