PRŮBĚH FUNKCE

– NAKRESLIT OBRÁZEK JAK FUNKCE VYPADÁ

1) D_f, PRŮSEČÍKY S OSAMI

2) SUDÁ / LICHÁ, SPOJITOST, PERIODICITA

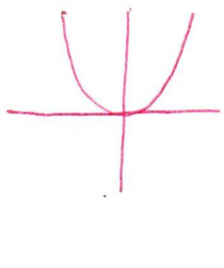
3) LIMITY V KRAJNÍCH BODECH D_f (LIMITY BUDEME ZJIŠŤOVAT $\pm\infty$)
(POKUD JE FUNKCE DEFINOVÁNA VŠUDE KROMĚ JEDNOHO BODU: JEDNOSTRANNÉ LIMITY)

1. DERIVACE

4) f' → ROSTOUCÍ / KLESAJÍCÍ, EXTRÉMY: MINIMUM, MAXIMUM
$f'>0$ $f'<0$

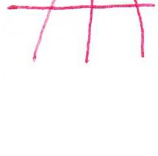
2. DERIVACE

5) f'' → KONVEXNOST / KONKÁVNOST, INFLEXNÍ BODY
$f''>0$ $f''<0$



POMŮCKA: KÁVU NENALIVEŠ

KONKÁVNÍ



6) GRAF, ASYMPTOTY

7) H_f (OBOR HODNOT)

K BODŮM:

4) POKUD POLOŽÍM DERIVACI ROVNOU NULE, TAK DOSTANU TAKZVANÉ BODY, KTERÉ JSOU PODEZŘELÉ Z LOKÁLNÍHO EXTRÉMU, JE MOŽNÉ, ŽE TAM BUDE MINIMUM NEBO MAXIMUM, ALE OBECNĚ TAM BÝT NEMUSÍ.

POTOM, KDYŽ ZJISTÍM TYTO BODY, TAK TY BODY MAJÍ VLASTNOST, ŽE NÁM CELÝ DEFINIČNÍ OBOR ROZDĚLÍ DO NĚJAKÝCH INTERVALŮ, ALE Z NICH PAK ZJIŠŤUJI ZDA JE FUNKCE ROSTOUCÍ NEBO KLESAJÍCÍ.

A JAK ZJISTÍM EXTRÉM?
JESTLIŽE VÍM, ŽE NA JEDNOM INTERVALU JE FCE KLESAJÍCÍ A NA DRUHÉM ROSTOUCÍ,
TEDY POKUD : PRVNÍ KLESÁ, PAK ROSTE → MINIMUM
A NAOPAK : PRVNÍ ROSTE, PAK KLESÁ → MAXIMUM
TÍM ZJISTÍM EXTRÉMY FCE

5) POKUD POLOŽÍM DERIVACI ROVNOU NULE, TAK DOSTANU TAKZVANÉ BODY, KTERÉ BY MOHLY BÝT BODY INFLEXNÍMI.

$$\boxed{f(x) = 3x - x^3}$$

1) $D_f = R$ (COKOLIV DOSADÍME, NEDÁ NÁM KALKULAČKA ERROR)

PRŮSEČÍKY S OSAMI:

$P_x = ?$ $y = 0$

$0 = 3x - x^3$

$0 = x(3 - x^2)$

$x_1 = 0$

$3 - x^2 = 0$

$-x^2 = -3$

$x^2 = 3$

$x = \pm\sqrt{3}$ — $x_2 = \sqrt{3}$, $x_3 = -\sqrt{3}$

$P_x[0; 0]$

$P_x[\sqrt{3}; 0]$

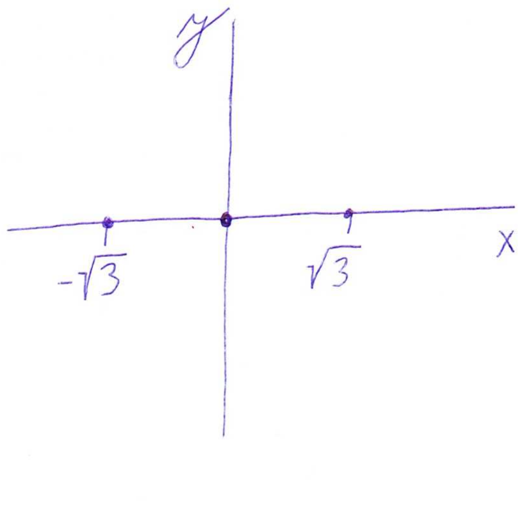
$P_x[-\sqrt{3}; 0]$

$P_y = ?$ $x = 0$

$y = 3 \cdot 0 - 0^3$

$y = 0$

$P_y[0; 0]$

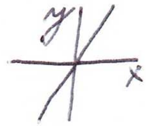


2) MŮŽE BÝT PERIODICKÁ? NE

JE SPOJITÁ? ANO

FCE JE: LICHÁ

FUNKCE $f: y = 3x$ JE FUNKCE LINEÁRNÍ, JE TO "ČÁRA", TAK MUSÍ BÝT SPOJITÁ, TEDY JI NAKRESLÍM JEDNÍM TAHEM



FUNKCE $f: y = -x^3$ NAKRESLÍM JI TAKÉ JEDNÍM TAHEM, TAKŽE JE TAKÉ SPOJITÁ

ROZDÍL FCE SPOJITÉ A SPOJITÉ JE FUNKCE SPOJITÁ. (TO PLATÍ I PRO SOUČET, SOUČIN, PODÍL)

! KDYŽ MÁME FCI POLYNOMICKOU, OBSAHUJÍCÍ POUZE MOCNINY x, TAK JE TO FUNKCE SPOJITÁ.

(LIMITA SOUČTU JE SOUČET LIMIT, TO ZNAMENÁ SOUČET SPOJITÝCH FUNKCÍ MUSÍ BÝT FCE SPOJITÁ)

JAK POZNÁM SUDOU A LICHOU FCI?

SUDÁ FCE - OSOVĚ SOUMĚRNÁ PODLE OSY Y

LICHÁ FCE - STŘEDOVĚ SOUMĚRNÁ, [0,0] JE STŘED, SOUMĚRNÁ PODLE POČÁTKU SOUSTAVY SOUŘADNIC

a) DOSADÍM -x DO PŘEDPISU FUNKCE $f(x) = 3x - x^3$

$$f(-x) = -3x - (-x)^3 =$$
$$= \underline{-3x + x^3} =$$

POROVNÁM S PŮVODNÍM, NEROVNÁ SE, TAK NEBUDE SUDÁ

b) MÁ OPAČNÁ ZNAMÉNKA?

$$= \underline{-(3x - x^3)} =$$
$$= \underline{-f(x)}$$

ANO

VYŠLO, ŽE FUNKČNÍ HODNOTA V MÍNUS X $f(-x)$ SE ROVNÁ MÍNUS FUNKČNÍ HODNOTA TĚCH X $-f(x)$ ⇒ LICHÁ FCE.

3) LIMITY V KRAJNÍCH BODECH Df

KDE BUDEME POČÍTAT LIMITY? V $+\infty$

$-\infty$

$$\lim_{x\to\infty}(3x - x^3) = \lim_{x\to\infty} \overset{\infty}{x^3}\Big(\overset{0}{\frac{3}{x^2}} - \overset{1}{1}\Big) = -\infty$$

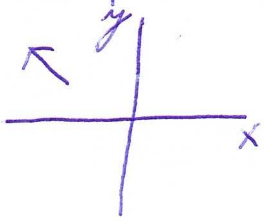
$$\lim_{x\to-\infty}(3x - x^3) = \lim_{x\to-\infty} \overset{-\infty}{x^3}\Big(\overset{0}{\frac{3}{x^2}} - \overset{1}{1}\Big) = \infty$$

VYŠLO:

KDYŽ SE PO OSE X BUDU BLÍŽIT <u>DOLEVA</u>, TAK TY FUNKČNÍ HODNOTY MI PŮJDOU <u>NAHORU</u>.

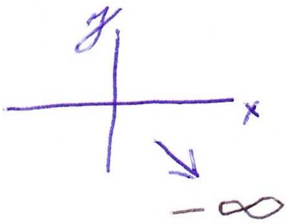
KAM TA FUNKCE POBĚŽÍ?

ČÍM VÍCE SE BLÍŽIM DO LEVA, TAK TY FUNKČNÍ HODNOTY MI VZRŮSTAJÍ (ROSTOU).



$$\lim_{x\to\infty}$$

KDYŽ UTÍKÁM DO NEKONEČNA, TAK FUNKČNÍ HODNOTY MI KLESAJÍ.



4) f'

$(3x - x^3)' = \underline{(3 - 3x^2)}$

$3 - 3x^2 = 0 \quad /-3$

$-3x^2 = -3 \quad / \cdot (-1)$

$3x^2 = 3 \quad /:3$

$x^2 = 1$

$x = \pm\sqrt{1}$

$x = \pm 1$ PODEZŘELÉ BODY Z LOKÁLNÍHO EXTRÉMU.

V TĚHLE BODECH -1 A 1 MŮŽE NASTAT LOKÁLNÍ EXTRÉM, NEBOLI TA FUNKCE SE TAM MŮŽE MĚNIT Z ROSTOUCÍ NA KLESAJÍCÍ PŘÍPADNĚ Z KLESAJÍCÍ NA ROSTOUCÍ.

TEĎ MUSÍM ZJISTIT V TĚCH BODECH ZDA EXTRÉM JE ČI NENÍ.

- POMOCÍ TABULKY ZKOUMÁM JAK SE FUNKCE PRVNÍ DERIVACE CHOVÁ

POZNÁMKA: V TABULCE ŘEŠÍM VNITŘKY, NE KRAJE -1 A 1.

	$(-\infty, -1)$	$(-1, 1)$	$(1, +\infty)$
DOSADÍM: $(3-3x^2)$	$-$	$+$	$-$
	$\searrow$	$\nearrow$	$\searrow$
	KLESAJÍCÍ NA INTERVALU $(-\infty, -1)$	ROSTOUCÍ	KLESAJÍCÍ

POZN: $(3 - 3 \cdot 0^2 = 3)$

V -1 SE FUNKCE MĚNÍ Z KLESAJÍCÍ NA ROSTOUCÍ, PROTO JE TAM EXTRÉM : MINIMUM LOKÁLNÍ

V 1 SE FUNKCE MĚNÍ Z ROSTOUCÍ NA KLESAJÍCÍ, PROTO JE TAM EXTRÉM : MAXIMUM LOKÁLNÍ

MUSÍM ZJISTIT JAK MOC BUDE KLESAT A RŮST. SPOČÍTAT FUNKČNÍ HODNOTU TÉ FUNKCE V BODECH V NICHŽ NABÝVÁ EXTRÉM. POZN: NEMÁ TO JIŽ NIC SPOLEČNÉHO S DERIVACÍ

FUNKČNÍ HODNOTA V -1 je 2

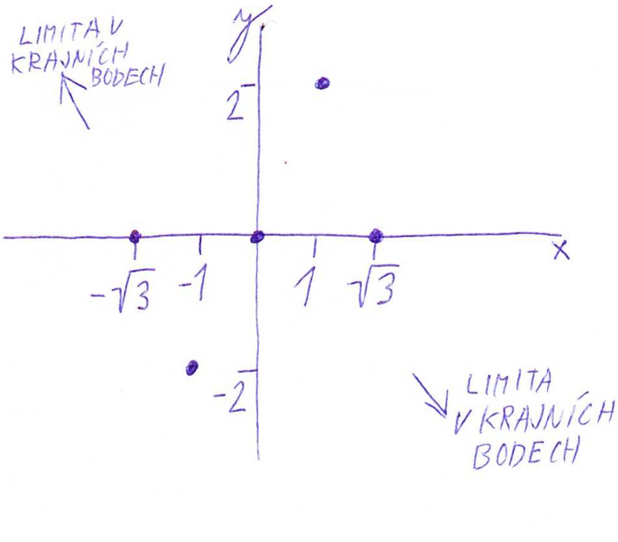
$$f(-1) = -2$$

$$\begin{pmatrix} 3\cdot(-1) - (-1)^3 \\ -3 + 1 \end{pmatrix}$$

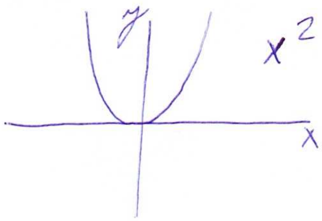
FUNKČNÍ HODNOTA V 1 je 2

$$f(1) = 2$$

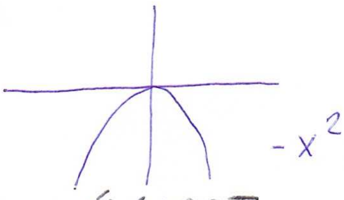
$$\begin{pmatrix} 3x - x^3 \\ 3\cdot 1 - 1^3 = 2 \end{pmatrix}$$



5) POZNÁMKA: FUNKCE KONVEXNÍ



FUNKCE KONKÁVNÍ



KONVEXNOST A KONKÁVNOST
VYCHÁZÍ Z DRUHÉ DERIVACE

VÝSLEDEK 1. DERIVACE: $3-3x^2$

$$(3-3x^2)' = -6x$$

$$f''(x) = -6x$$

POZN: ZASE POLOŽÍM ROVNO NULE JAKO V 4).

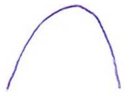
$$-6x = 0 \quad /:(-6)$$

$$x = 0$$

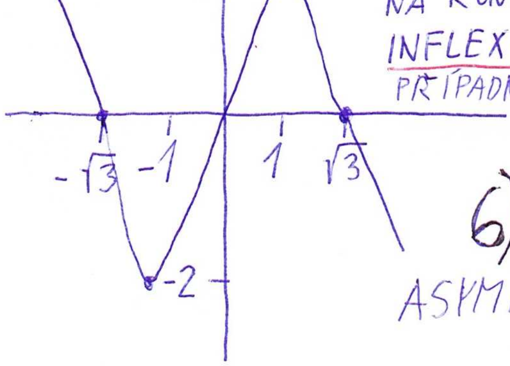
TENTO BOD NÁM ZASE ROZDĚLÍ DEFINIČNÍ OBOR NA DVA INTERVALY.

	$(-\infty, 0)$	$(0, +\infty)$
$-6x$	$+$	$-$
	KONVEXNÍ	KONKÁVNÍ

$f''>0$ $\qquad$ $f''<0$



PODSTATNÁ JE TADY NULA, PROTOŽE SE ZDE FUNKCE MĚNÍ Z KONVEXNÍ NA KONKÁVNÍ, TAK JE INFLEXNÍM BODEM, PŘÍPADNĚ SE MĚNÍ NAOPAK



6) GRAF

ASYMPTOTY NEMÁ

7) OBOR HODNOT

(JAKÝCH HODNOT MŮŽE NABÝVAT NA OSE y)

$H_f = \mathbb{R}$

Milan Mroczkowski
sata150@gmail.com
yesit.cz

$$\boxed{f(x) = \frac{x^2}{x-1}}$$

① D_f, P_x, P_y

(PODMÍNKA PRO ZLOMEK $\quad x - 1 \neq 0 \quad /+1$
$x \neq 1$)

$D_f \in R - \{1\}$

$P_x = ? \quad y = 0$

$$0 = \frac{x^2}{x-1} \quad / \cdot (x-1)$$

$$(x-1) \cdot 0 = x^2$$

$$0 = x^2$$

$$0 = x$$

$P_x [0, 0]$

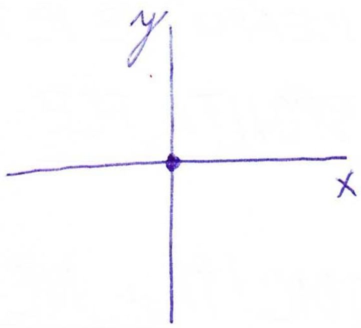
$P_y = ? \quad x = 0$

$$y = \frac{0^2}{0-1}$$

$$y = \frac{0}{-1}$$

$$y = 0$$

$P_y [0, 0]$



② SUDÁ / LICHÁ

SPOJITÁ / NESPOJITÁ

PERIODICITA

$$\left(f(x) = \boxed{\frac{x^2}{x-1}} \right)$$

↑ DOSADÍM ZA x HODNOTU −x

$$f(-x) = \frac{(-x)^2}{-x-1} =$$

$$= \frac{x^2}{-x-1}$$

NEROVNÁ SE PŮVODNÍMU, PROTO NEBUDE SUDÁ

NENÍ SUDÁ ANI LICHÁ

KDYBY VYŠLO: LICHÁ

$$\frac{-x^2}{x-1}$$

$$(-1)\boxed{\frac{x^2}{x-1}}$$

$$-f(x)$$

x^2 JE SPOJITÁ

x - 1 LINEÁRNÍ FCE JE TAKÉ SPOJITÁ } JEJICH PODÍL JE

SPOJITÁ FCE

PERIODICITA : NE (NENÍ: COSINUS, SINUS, TANGENS, COTANGENS (ATD.) => NENÍ CO ŘEŠIT)

3 LIMITY V KRAJNÍCH BODECH Df

$$\lim_{x\to\infty}\frac{x^2}{x-1}=\lim_{x\to\infty}\frac{x^2\cdot 1}{x\left(1-\frac{1}{x}\right)}=\lim_{x\to\infty}\frac{\overset{\infty\cdot 1}{x\cdot 1}}{\underset{1(1-0)}{1\left(1-\frac{1}{x}\right)}}=\left[\frac{\infty}{1}\right]=\infty$$

$$\lim_{x\to-\infty}\frac{x^2}{x-1}=\lim_{x\to-\infty}\frac{x^2\cdot 1}{x\left(1-\frac{1}{x}\right)}=\lim_{x\to-\infty}\frac{\overset{-\infty\cdot 1}{x\cdot 1}}{\underset{1(1-0)}{1\left(1-\frac{1}{x}\right)}}=\left[\frac{-\infty}{1}\right]=-\infty$$

LIMITY JSOU V KRAJNÍCH BODECH Df, DEFINIČNÍ OBOR JSOU VŠECHNY REÁLNÁ ČÍSLA KROMĚ 1, TO ZNAMENÁ $(-\infty, 1)$ a $(1, \infty)$. TEDY PŘIBYLA MI JEŠTĚ JEDNIČKA.

JEŠTĚ JEDNOSTRANNÉ LIMITY MUSÍME V JEDNIČCE.

zhruba v čitateli bude 1

$$\lim_{x\to 1^+}\frac{x^2}{x-1}=\left[\frac{1}{0^+}\right]=+\infty$$

DĚLÍM MALÝM KLADNÝM ČÍSLEM

Za x dosazuji: 1,1 ; 1,01 ; 1,001 atd.
blíží se k 1 z prava.

ČÍSLA ZPRAVA, BUDOU VĚTŠÍ NEŽ 1.

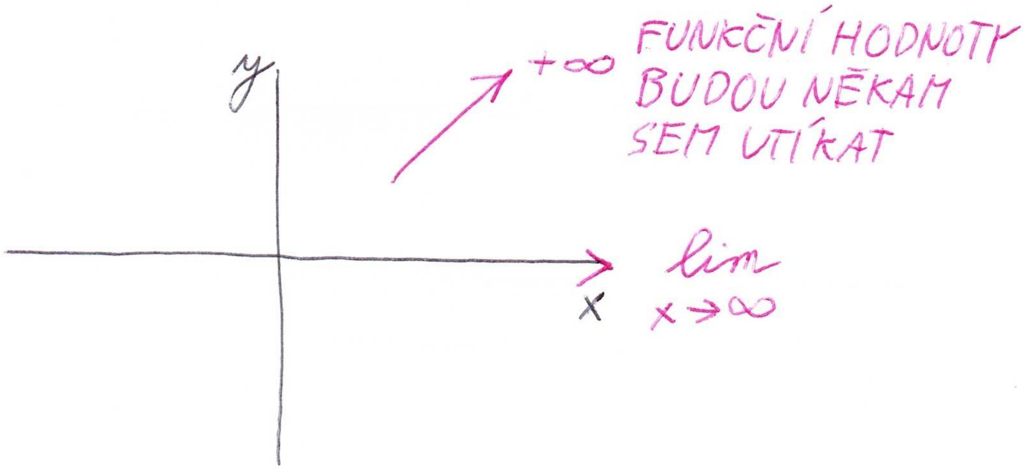
KDYŽ ODEČTU, DOSTANU ZHRUBA NULU, ALE ČÍSLO KLADNÉ

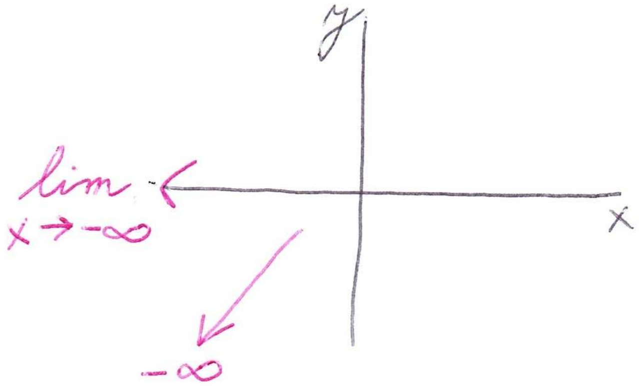
$$\lim_{x\to 1^-}\frac{x^2}{x-1}=\left[\frac{1}{0^-}\right]=-\infty$$

DOSAZUJI 0,99 ZHRUBA, V ČITATELI BUDE 1, VE JMENOVATELI VYJDE MALÝM ZÁPORN. ČÍSLEM

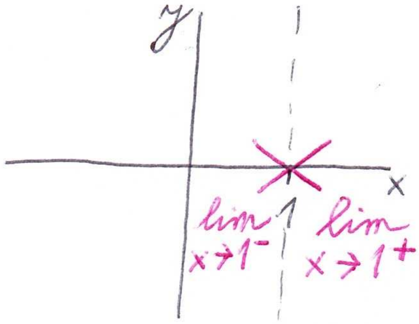
Za x dosazuji: 0,9 ; 0,99 ; 0;999 atd.
blíží se k 1čce z leva.

VYŠLO:

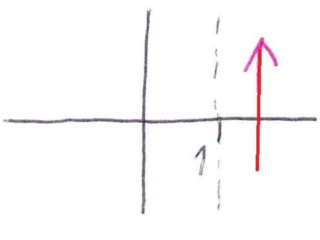




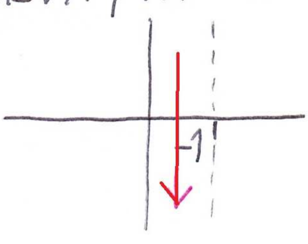
POKUD MÁM FCI, KTERÁ NENÍ V NĚJAKÉM BODĚ DEFINOVÁNA:



PROTOŽE TA FCE TAM NENÍ DEFINOVÁNA, GRAF KTERÝ KRESLÍME, TU ČÁRU NESMÍ PROTNOUT. POMOCÍ TÉ ČÁRY ZKUSÍM ZAKRESLIT LIMITU. KDYŽ JDU K JEDNIČCE ZPRAVA, TAK LIMITA JE NEKONEČNO, TA FUNKCE ROSTE.



KDYŽ JDU K JEDNIČCE ZLEVA, TAK JE LIMITA $-\infty$, TA FUNKCE KLESÁ.



4) f'

$$\left(\frac{x^2}{x-1}\right)' = \frac{(x^2)'\cdot(x-1) - x^2\cdot(x-1)'}{(x-1)^2} =$$

$$= \frac{2x\cdot(x-1) - x^2\cdot 1}{(x-1)^2} =$$

$$= \frac{2x^2 - 2x - x^2}{(x-1)^2} =$$

$$= \frac{x^2-2x}{(x-1)^2}$$

$$\frac{x^2-2x}{(x-1)^2} = 0 \quad /\cdot (x-1)^2$$

$$x^2 - 2x = 0\cdot(x-1)^2$$

$$x(x-2) = 0$$

$x_1 = 0$ $\qquad$ $x_2 - 2 = 0 \quad /+2$

$\qquad\qquad\quad x_2 = 2$

$D_f \in R - \{1\}$

	$(-\infty, 0)$	$(0, 1)$	$(1, 2)$	$(2, \infty)$
$\frac{x^2-2x}{(x-1)^2}$	$+$	$-$	$-$	$+$
	$\nearrow$	$\searrow$	$\searrow$	$\nearrow$

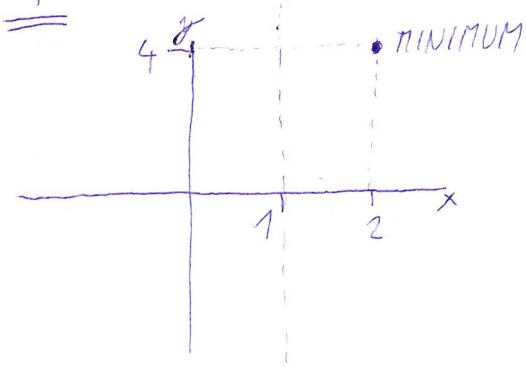
LOKÁLNÍ MAXIMUM $\qquad$ LOKÁLNÍ MINIMUM

VYŠLY DVA PODEZŘELÉ BODY 0 A 2, JE VHODNÉ ABYCHOM MEZI TY BODY S NIMIŽ BUDEME DĚLIT DEFINIČNÍ OBOR PŘIDALI 1, PROTOŽE K TÉTO JEDNIČCE NENÍ FUNKCE DEFINOVANÁ, TAK SE KOLEM JEDNIČKY MŮŽE DÍT COKOLIV, MŮŽE SE I STÁT, ŽE SE TAM FUNKCE MĚNÍ Z ROSTOUCÍ NA KLESAJÍCÍ I PŘESTOŽE TAM EXTRÉM NENÍ.

U DVOJKY MNE ZAJÍMÁ JAK VYSOKO TO MINIMUM BUDE

ZE ZADÁNÍ: $\frac{x^2}{x-1}$

$$f(2) = \frac{2^2}{2-1} = \frac{4}{1} = \underline{\underline{4}}$$



5) f''

$$f' = \frac{x^2-2x}{(x-1)^2}$$

$$\left(\frac{x^2-2x}{(x-1)^2}\right)' = \frac{(x^2-2x)'\cdot(x-1)^2 - (x^2-2x)\left[(x-1)^2\right]'}{\left[(x-1)^2\right]^2} =$$

$$= \frac{(2x-2)(x-1)^2 - (x^2-2x)\cdot 2(x-1)(x-1)'}{(x-1)^4} =$$

$$= \frac{(2x-2)(x-1)^2 - (x^2-2x)\cdot 2(x-1)}{(x-1)^4} =$$

$$= \frac{\cancel{(x-1)}\left[(2x-2)(x-1) - (x^2-2x)\cdot 2\right]}{(x-1)^{\cancel{4}\,3}} =$$

$$= \frac{2x^2-2x-2x+2-2x^2+4x}{(x-1)^3} =$$

$$= \frac{2}{(x-1)^3}$$

$$\frac{2}{(x-1)^3} = 0 \quad /\cdot(x-1)^3$$

$$2 = 0\cdot(x-1)^3$$

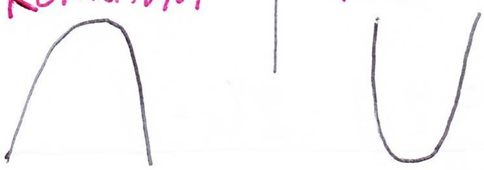
$$2 = 0$$

NEMÁ ŘEŠENÍ $\Rightarrow$ NEMÁ INFLEXNÍ BODY

($D_f \in R - \{1\}$ V JEDNIČCE NENÍ FCE DEFINOVANÁ)

V JEDNIČCE SE MŮŽE ZMĚNIT KONVEXNÍ NA KONKÁVNÍ (A NAOPAK), ALE NENÍ TO INFLEXNÍ BOD, PROTOŽE V JEDNIČCE TO DEFINOVANÉ NENÍ.

	$(-\infty, 1)$	$(1, +\infty)$
$\frac{2}{(x-1)^3}$	$-$	$+$
	KONKÁVNÍ	KONVEXNÍ



6) CO JE TO ASYMPTOTA?

JE TO PŘÍMKA KE KTERÉ SE TA FUNKCE BLÍŽÍ, ALE NIKDY JÍ NEPROTNE

[PŘÍKLAD ASYMPTOTY: PŘÍMKA (ČÁRKOVANÁ ČÁRA) $x = 1$, NENÍ GRAFEM FCE]

PŘÍMKA $\boxed{y = ax + b}$

$$a = \lim_{\substack{x \to \infty \\ x \to -\infty}} \frac{f(x)}{x}$$

POZNÁMKA: VYPOČÍTÁM DVĚ LIMITY

$$b = \lim_{\substack{x \to \infty \\ x \to -\infty}} \left(f(x) - a \cdot x\right)$$

POZNÁMKA: VYPOČÍTÁM DALŠÍ DVĚ LIMITY

$$a = \lim_{x \to \infty} \frac{\frac{x^2}{x-1}}{x} = \lim_{x \to \infty} \frac{x^{\cancel{2}}}{x-1} \cdot \frac{1}{\cancel{x}\,1} = \lim_{x \to \infty} \frac{x}{x-1} =$$

$$= \lim_{x \to \infty} \frac{x \cdot 1}{x\left(1 - \frac{1}{x}\right)} = \lim_{x \to \infty} \frac{1}{\left(1 - \frac{1}{x}\right)} = 1$$

$$b = \lim_{x \to \infty} \left(\frac{x^2}{x-1} - 1 \cdot x\right) = \lim_{x \to \infty} \left(\frac{x^2}{x-1} - \frac{x}{1}\right) = \lim_{x \to \infty} \frac{x^2 - x(x-1)}{x-1} =$$

$$= \lim_{x \to \infty} \frac{x^2 - (x^2 - x)}{x-1} = \lim_{x \to \infty} \frac{x^2 - x^2 + x}{x-1} = \lim_{x \to \infty} \frac{x}{x-1} = 1$$

PŘÍMKA $y = ax + b$

VYŠLO: $y = 1 \cdot x + 1$

$\underline{\underline{y = x + 1}}$

VÝPOČET LIMIT S $-\infty$

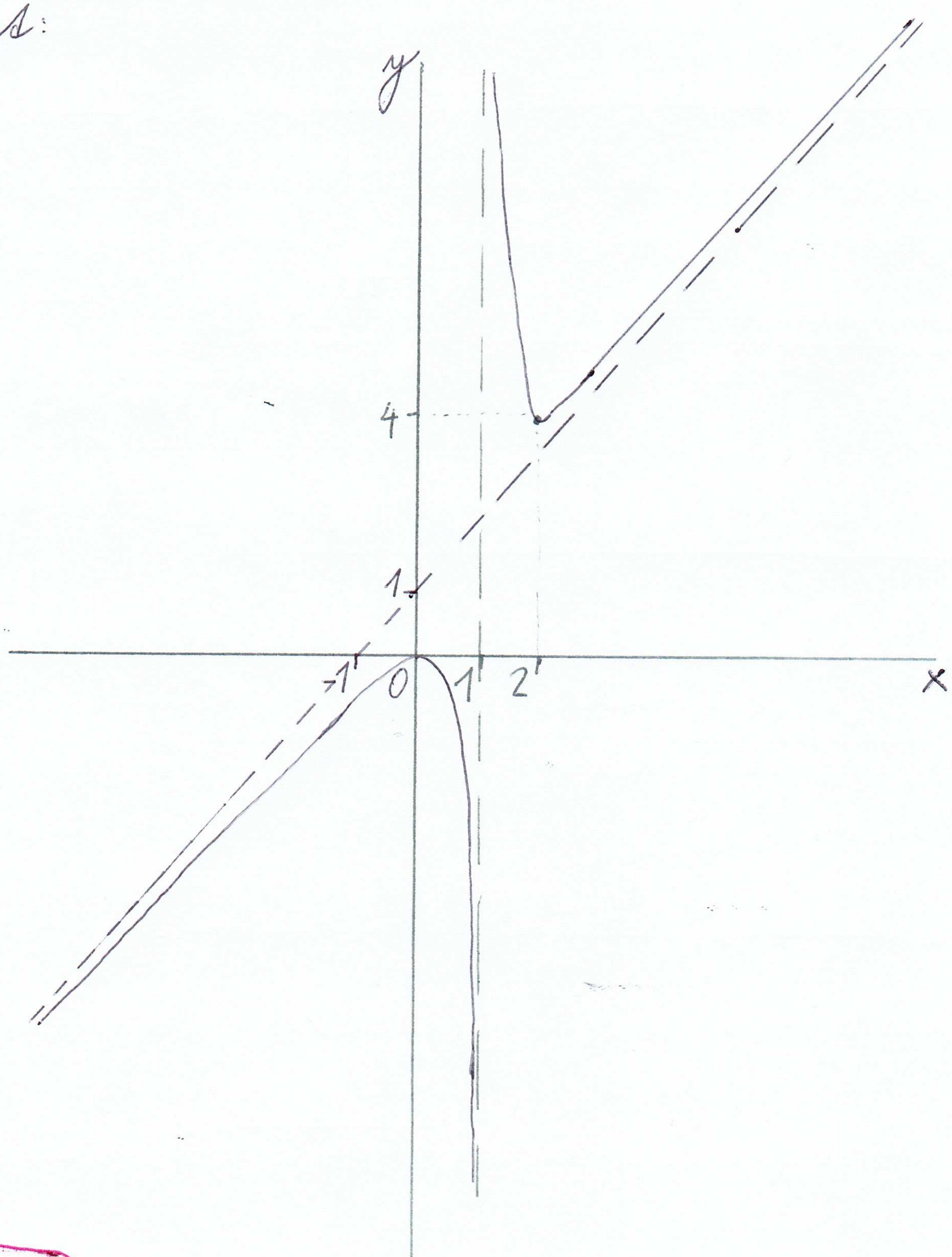
POKUD DOSADÍM ZA $\lim\limits_{x \to \infty} \frac{x}{x-1} \Rightarrow \lim\limits_{x \to -\infty} \frac{x}{x-1}$, VÝSLEDEK S $-\infty$?

BUDOU $\underline{\underline{1}}$

Milan Mroczkowski
sata150@gmail.com
yesit.cz

6) GRAF, ASYMPTOTY

náčrt:



$y = x + 1$

$P_x = ?$ $y = 0$

$0 = x + 1$

$-x = 1$ $/ \cdot (-1)$

$x = -1$

$\underline{P_x [-1, 0]}$

$P_y = ?$ $x = 0$

$y = 0 + 1$

$y = 1$

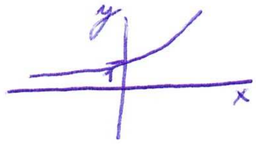
$\underline{P_y [0, 1]}$

7) H_f

$$H_f = (-\infty, 0\rangle \cup \langle 4, +\infty)$$

$$\boxed{f(x) = e^{\frac{1}{x}}}$$

POZNÁMKA



1) $D_f = R - \{0\}$

BEZ NULY, PROTOŽE VE JMENOVATELI NESMÍ BÝT NULA

$P_x = ?$ $\quad y = 0$

$0 = e^{\frac{1}{x}}$ NEMÁ ŘEŠENÍ, NEMÁME PRŮSEČÍK S OSOU X.

POZNÁMKA:

e^x MÁ $H_f = (0, +\infty)$

KDY SE e NA COKOLIV ROVNÁ NULE? NIKDY, K OSE X SE BLÍŽÍ, ALE NIKDY JÍ NEPROTNE

$P_y = ?$ $\quad x = 0$

$y = e^{\frac{1}{0}}$ NEMÁ ŘEŠENÍ, V NULE NENÍ DEFINOVANÁ, NEMÁ SMYSL POČÍTAT, NEMÁME PRŮSEČÍK S OSOU y

2) NENÍ SUDÁ ANI LICHÁ

NENÍ PERIODICKÁ

$\frac{1}{x}$ JE SPOJITÁ Z DŮVODU, ŽE NENÍ DEFINOVANÁ V NULE (TAK MĚ NEZAJÍMÁ TEN SKOK, KTERÝ TAM UDĚLÁ)

NA OSE X V ZÁPORNÝCH HODNOTÁCH SPOJITÁ JE

NA OSE X V KLADNÝCH HODNOTÁCH SPOJITÁ JE

A NULA NÁS NEZAJÍMÁ, TAK FUNKCE $\frac{1}{x}$ JE SPOJITÁ

3) LIMITY V KRAJNÍCH BODECH

$$\lim_{x \to \infty} e^{\frac{1}{x}} = \left[e^{\frac{1}{\infty}} = e^{0} \right] = 1$$

$$\lim_{x \to -\infty} e^{\frac{1}{x}} = \left[e^{\frac{1}{\infty}} = e^{0} \right] = 1$$

$$\lim_{x \to 0^{+}} e^{\frac{1}{x}} = \left[e^{\infty} \right] = \infty$$

ZA x DOSAZUJI: 0,1 ; 0,01 ; 0,001

$\frac{1}{x}$ $\quad \frac{1}{0{,}1} = 10 \quad \frac{1}{0{,}01} = 100 \; ; \frac{1}{0{,}001} = 1000 \implies +\infty$

$$\lim_{x \to 0^{-}} e^{\frac{1}{x}} = \left[e^{-\infty} \right] = \frac{1}{e^{\infty}} = \frac{1}{\infty} = 0$$

ZA x DOSAZUJI: $-0{,}1$; $-0{,}01$; $-0{,}001$

$\frac{1}{x}$ $\quad \frac{1}{-0{,}1} = -10 \; ; \frac{1}{-0{,}01} = -100 \; ; \frac{1}{-0{,}001} = -1000$

4) f'

$$\left(e^{\frac{1}{x}}\right)'$$

$$f'(x) = e^{\frac{1}{x}} \cdot \left(\frac{1}{x}\right)' =$$

$$= e^{\frac{1}{x}} \cdot \frac{(1)' \cdot x - 1 \cdot (x)'}{x^2} =$$

$$= e^{\frac{1}{x}} \cdot \frac{-1}{x^2} =$$

$$= \frac{-e^{\frac{1}{x}}}{x^2} =$$

$$= -\frac{e^{\frac{1}{x}}}{x^2}$$

POZNÁMKA K TABULCE:

$$-\frac{e^{\frac{1}{-1}}}{(-1)^2} = -\frac{e^{-1}}{1} = \frac{-e^{-1}}{1} = \frac{\frac{1}{-e}}{1} =$$

$$= \frac{1}{-e} \cdot \frac{1}{1} = \frac{1}{-e}$$

EULEROVO ČÍSLO $e = 2{,}71828\ldots$

$$-\frac{e^{\frac{1}{1}}}{1^2} = -\frac{e}{1} = -e$$

$$-\frac{e^{\frac{1}{x}}}{x^2} = 0 \quad / \cdot x^2$$

$$-e^{\frac{1}{x}} = 0 \cdot x^2$$

$$-e^{\frac{1}{x}} = 0 \quad / \cdot (-1)$$

$$e^{\frac{1}{x}} = 0$$

$D_f = R - \{0\}$

	$(-\infty, 0)$	$(0, +\infty)$
$-\frac{e^{\frac{1}{x}}}{x^2}$	$-$	$-$

JAKÝCH HODNOT NABÝVÁ EXPONENCIÁLA? POUZE KLADNÝCH, e NA COKOLIV JE VŽDY KLADNÉ ČÍSLO.

JAKÝCH HODNOT NABÝVÁ JMENOVATEL x^2? KLADNÁ, TAKŽE ZLOMEK: $-\left(\frac{+}{+}\right) = -(+) =$

$= -$

5) f''

$$f'(x) = -\frac{e^{\frac{1}{x}}}{x^2}$$

$$\left(-\frac{e^{\frac{1}{x}}}{x^2}\right)' = \frac{\left(-e^{\frac{1}{x}}\right)' \cdot x^2 - \left(-e^{\frac{1}{x}}\right) \cdot \left(x^2\right)'}{\left(x^2\right)^2} =$$

$$= \frac{-e^{\frac{1}{x}} \cdot \left(\frac{1}{x}\right)' \cdot x^2 - \left(-e^{\frac{1}{x}}\right) \cdot 2x}{x^4} =$$

$$= \frac{-e^{\frac{1}{x}} \cdot \left(\frac{(1)' \cdot x - 1 \cdot (x)'}{x^2}\right) \cdot x^2 + e^{\frac{1}{x}} 2x}{x^4} =$$

$$= \frac{-e^{\frac{1}{x}} \cdot \left(-\frac{1}{x^2}\right) \cdot x^2 + e^{\frac{1}{x}} 2x}{x^4} =$$

$$= \frac{-e^{\frac{1}{x}} \cdot (-1) + e^{\frac{1}{x}} 2x}{x^4} =$$

$$= \frac{e^{\frac{1}{x}} + e^{\frac{1}{x}} 2x}{x^4} =$$

$$= \frac{e^{\frac{1}{x}} (1 + 2x)}{x^4}$$

$$\frac{e^{\frac{1}{x}} (1 + 2x)}{x^4} = 0 \quad / \cdot x^4$$

$$e^{\frac{1}{x}} (1 + 2x) = 0$$

KDY JE ZÁVORKA ROVNA NULE?

$$1 + 2x = 0 \quad /-1$$
$$2x = -1 \quad /:2$$
$$x = -\frac{1}{2}$$
$$e^{\frac{1}{x}} \left[1 + 2\left(-\frac{1}{2}\right)\right] = e^{\frac{1}{x}} \cdot 0 = 0$$
$$0 = 0$$

$$\underline{x = -\frac{1}{2}}$$

	$\left(-\infty, -\frac{1}{2}\right)$	$\left(-\frac{1}{2}, 0\right)$	$(0, \infty)$
$\frac{e^{\frac{1}{x}}(1+2x)}{x^4}$	$-$	$+$	$+$
	$\cap$	$\cup$	$\cup$

INFLEXNÍ BOD

FUNKČNÍ HODNOTA

$f\left(-\frac{1}{2}\right)$

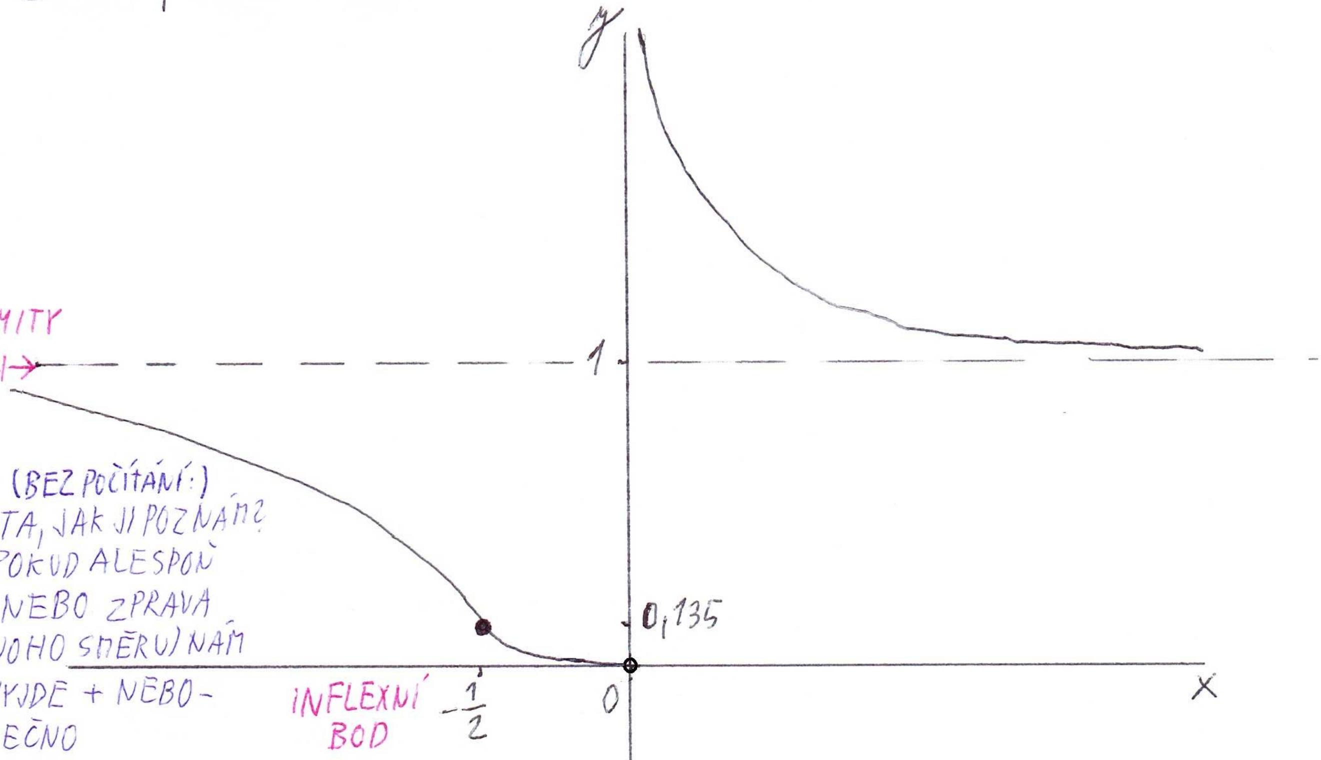
$$e^{\frac{1}{x}} \Rightarrow e^{\frac{1}{-\frac{1}{2}}} = e^{\frac{1}{1}\cdot\left(-\frac{2}{1}\right)} = e^{-2} =$$

$$= \frac{1}{e^2} = \frac{1}{(2{,}718)^2} \doteq \underline{\underline{0{,}135}}$$

EULEROVO ČÍSLO

$e = 2{,}718\ldots$

6) GRAF, ASYMPTOTY



VIZ LIMITY V KRAJNÍCH BODECH →

$y = 1$

↑ (BEZ POČÍTÁNÍ:)

ASYMPTOTA, JAK JI POZNÁME? TEHDY, POKUD ALESPOŇ ZLEVA NEBO ZPRAVA (Z JEDNOHO SMĚRU) NÁM LIMITA VYJDE + NEBO − NEKONEČNO

ASYMPTOTY MOHU VYPOČÍTAT:

$$y = ax + b$$

$$a = \lim_{x \to \infty} \frac{f(x)}{x} = \lim_{x \to \infty} \frac{e^{\frac{1}{x}}}{x} = \left[\frac{e^{\frac{1}{\infty}}}{\infty} = \frac{e^0}{\infty} = \frac{1}{\infty}\right] = 0$$

$$b = \lim_{x \to \infty} (f(x) - a \cdot x) = \lim_{x \to \infty} (e^{\frac{1}{x}} - 0 \cdot x) = [e^{\frac{1}{\infty}}] = e^0 = 1$$

$$y = ax + b$$
$$y = 0x + 1$$
$$\underline{y = 1}$$

$$a = \lim_{x \to -\infty} \frac{f(x)}{x} = \lim_{x \to -\infty} \frac{e^{\frac{1}{x}}}{x} = \left[\frac{e^{\frac{1}{-\infty}}}{-\infty}\right] = 0$$

$$b = \lim_{x \to -\infty} (e^{\frac{1}{x}} - 0\,x) = [e^{\frac{1}{-\infty}}] = e^0 = 1$$

$$y = ax + b$$
$$y = 0x + 1$$
$$\underline{y = 1}$$

7) $H_f = (0, 1) \cup (1, +\infty)$

MILAN MROCZKOWSKI
YESIT.CZ
SATA150@GMAIL.COM